

ชุดจำลองการสั่นสะเทือนของระบบการเคลื่อนที่แบบ 1 และ 2 องศาอิสระ  
VIBRATION MODEL OF ONE AND TWO DEGREE OF FREEDOM MOTION SYSTEMS

กาญจนา กล้าดิษฐ์  
ธนวรรณ วัฒนวงศ์เจริญ

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตาม  
หลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล  
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยบูรพา  
ปีการศึกษา 2558

ชุดจำลองการสั่นสะเทือนของระบบการเคลื่อนที่แบบ 1 และ 2 องศาอิสระ  
VIBRATION MODEL OF ONE AND TWO DEGREE OF FREEDOM MOTION SYSTEMS

กาญจนา กล้าดิษฐ์  
ฉนวนวรรณ วัฒนวงศ์เจริญ

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต  
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์  
มหาวิทยาลัยบูรพา  
ปีการศึกษา 2557

**VIBRATION MODEL OF ONE AND TWO DEGREE OF FREEDOM MOTION SYSTEMS**

**KANJANA KLUMDIT  
THANAWAT WARANVONGCHAROEN**

**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF REQUIREMENT  
FOR THE DEGREE OF BACHELOR OF ENGINEERING  
IN MECHANICAL ENGINEERING  
DEPARTMENT OF MECHANICAL ENGINEERING  
BURAPHA UNIVERSITY 2015**

DEPARTMENT OF  
MECHANICAL ENGINEERING  
BURAPHA UNIVERSITY




ปริญญาโท  
ชุดจำลองการสั่นสะเทือนของระบบการเคลื่อนที่แบบ 1 และ 2 องศาอิสระ  
VIBRATION MODEL OF ONE AND TWO DEGREE OF FREEDOM MOTION SYSTEMS  
โดย นางสาวกาญจนา กล้าดิษฐ์  
นายชนวรรณ วรรณวงศ์เจริญ  
อาจารย์ที่ปรึกษา ผศ.ดร. กิตติพงศ์ บุญโล่ง  
จำนวนหน้า 128 หน้า  
ปีการศึกษา 2558


ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา อนุมัติปริญญาโทนี้เป็น  
ส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

  
..... ประธานกรรมการสอบปริญญาโท  
(ดร.กัณฑ์ จันทเปรมจิตต์)

  
..... กรรมการสอบปริญญาโท  
(ดร.พุทธา จินศิริ)

  
..... กรรมการสอบปริญญาโท  
(ดร.จิตติ พิชาดณ)

  
..... อาจารย์ที่ปรึกษา  
(ผศ.ดร.กิตติพงศ์ บุญโล่ง)

  
..... ประธานหลักสูตรวิศวกรรมเครื่องกล  
(ดร.กัณฑ์ จันทเปรมจิตต์ )

## บทคัดย่อ

การสั่นสะเทือนเป็นเรื่องหนึ่งที่หลายๆคนสนใจพัฒนาสร้างอุปกรณ์ต่างๆเพื่อป้องกันการเสียหายของอุปกรณ์ที่เกิดการสั่นอย่างรุนแรง จากการศึกษาเกี่ยวกับชุดจำลองการแยกการสั่นสะเทือนพบว่าระบบแยกการสั่นสะเทือนที่ดี ควรมีค่าความถี่ธรรมชาติน้อยและลดอัตราส่วนความหวังเพื่อเป็นการลดแรงส่งสู่พื้น ดังนั้นโครงงานนี้จึงได้มีแนวคิดในการปรับปรุงชุดทดลองเครื่องลดการสั่นสะเทือนโดยเลือกใช้แผ่นยาง มาติดตั้งเข้ากับชุดจำลองการแยกการสั่นสะเทือน ทั้งแบบ 1 องศาอิสระและ 2 องศาอิสระ และเพิ่มความปลอดภัยให้แก่ชุดทดลอง โดยการแยกการสั่นของฐานเข้าสู่มวลทั้งแบบ 1 และ 2 องศาอิสระ และวิเคราะห์การสั่นสะเทือนจากการแยกการสั่นสะเทือนด้วยตัวแยกการสั่นในช่วงความถี่การสั่นไม่เกิน 45 Hz และติดตั้งโหลดเซลล์เพื่อตรวจสอบช่วงเข้าใกล้เรโซแนนซ์ วัดค่าแอมพลิจูดในการสั่นสะเทือน เมื่อใช้ตัวแยกการสั่นในการลดขนาดการสั่นของมวล โดยเริ่มจากการติดตั้งสปริง 4 ชนิดติดกับมวล 3.704 และ 4.9 kg ซึ่งสปริงมีค่า spring constant เท่ากับ 26170, 41320, 48980, 99770 N/m ตามลำดับเป็นตัวแยกการสั่นสะเทือน ค่าความถี่ธรรมชาติของแต่ละชุดของสปริงเท่ากับ 11.613, 14.615, 15.912, 22.710 Hz ตามลำดับ ในกรณี 1 องศาอิสระตามลำดับ โดย 2 องศาอิสระจะมีช่วงการสั่นพ้อง 2 ระยะโดยมวลที่จะเข้าใกล้การสั่นพ้องก่อนมวล 2 การทดลองสปริงแต่ละชุดจะปรับค่าความถี่การสั่นจาก 0 ถึง 45Hz และใช้เครื่องมือวัดการสั่น (Accelerometer) เพื่อวัดค่าความเร่งที่ส่งผ่านของฐานและมวลเพื่อนำไปคำนวณหาอัตราส่วนแรงส่งผ่าน และติดตั้งโหลดเซลล์เพื่อตรวจสอบช่วงการสั่นพ้องให้เป็นไปตามทฤษฎีโดยใช้โปรแกรม Arduino แปลงสัญญาณจากบอร์ดไปยังจอแสดงผล



## Abstract

Vibration is one of many important subjects that most people give priority for improving devices to prevent damaging of equipments caused from harsh vibration. Study on Simulation vibration isolation. The vibration isolation system should have less natural frequency reduce latency in order to reduce transmission to the ground, this project has ideas on how to improve treatments and reduce vibration. By using rubber for guard equipped with simulated vibration isolation, both first-degree and two degrees of freedom, independence and safety of the simulation series. By isolating the vibration of the base into the mass of both one and two degrees of freedom and vibration analysis of vibration isolation with separate oscillation frequency vibrations up to 45 Hz and installation of load cells to monitor. near the resonant. Measuring the amplitude of vibration when the vibration separator to reduce the size of the vibrating mass began with the installation of spring. 4 species with mass 3.704 and 4.9 kg which springs the spring constant of 26170, 41320, 48980, 99770 N/m, respectively, as vibration and frequency of each set of springs of 11.631, 14.615, 15.912, 22.710Hz respectively in the first degree and two degrees of freedom. free hit consecutive two degrees of freedom will have a resonance second term by the first mass is closer to the mass in two clashes. The trials each spring to adjust the oscillation frequency from 0 to 45Hz and vibration determine (Accelerometer) to measure the acceleration of the transmission and mass base to calculate the ratio of the transmission. And are equipped with load cells to verify that it meets to verify the resonance period to be in line with the theory by using the program Arduino to convert signal from board to show on display.

## กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบพระคุณ ผศ.ดร. กิตติพงศ์ บุญโสง ที่ให้เกียรติเป็นที่ปรึกษาพร้อมทั้งให้คำแนะนำในการทำโครงการนี้จนสำเร็จและส่งเสริมการเรียนรู้ในสถานที่ที่ใช้งานจริง

ขอขอบพระคุณคณาจารย์ประจำภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ทุกท่านที่ได้กรุณาประสิทธิ์ประสาทความรู้และประสบการณ์อันมีค่ายิ่งแก่ศิษย์

ขอขอบคุณภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหกรรม คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ที่ได้เอื้อเฟื้ออุปกรณ์และเครื่องจักรในระหว่างทำโครงการ

ขอขอบพระคุณบิดา มารดา ที่อยู่เบื้องหลังความสำเร็จและได้ให้ความช่วยเหลือ สนับสนุนและให้กำลังใจเสมอมา

ขอขอบคุณผู้ที่มีส่วนเกี่ยวข้องกับโครงการทุกท่านที่ได้ให้คำปรึกษา แนะนำเพื่อการพัฒนาโครงการที่ไม่ได้กล่าวไว้ในโครงการ ณ ที่นี้

นางสาวกาญจนา กล้าดิษฐ์  
นายชนวรรณ์ วัชรวงศ์เจริญ



## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อ	ก
Abstract	ข
กิตติกรรมประกาศ	ค
สารบัญ	ง
สารบัญรูป	ฉ
สารบัญตาราง	ช
รายการสัญลักษณ์และคำย่อ	ณ
บทที่ 1 บทนำ	
1.1 บทนำ	1
1.2 วัตถุประสงค์	2
1.3 ขอบเขตของการศึกษา	2
1.4 แผนการดำเนินงาน	2
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	3
1.6 งบประมาณ	4
บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	
2.1 การสันสะท้อนโดยตรง	5
2.2 การแยกการสันสะท้อน	6
2.3 การดูดกลืนการสันสะท้อน	19
2.4 การออกแบบจนวนการสัน	23
2.5 การออกแบบตัวดูดซับการสัน	29
2.6 การวิเคราะห์การสันสะท้อนแบบบังคับ	33
บทที่ 3 การพัฒนาและปรับปรุงเครื่องแยกการสันสะท้อน	
3.1 ภาพเครื่องทดสอบตัวแยกกาสันสะท้อนแบบ 1 องศาอิสระ	36
3.2 การคำนวณหาความถี่ธรรมชาติแบบ 1 องศาอิสระ	38
3.3 การคำนวณหาความถี่ธรรมชาติแบบ 2 องศาอิสระ	50
3.4 สรุปการคำนวณหาความถี่ธรรมชาติ $\omega$	54

บทที่ 4 การดำเนินการ ผลการทดลองและวิเคราะห์ผลการทดลอง

4.1 การดำเนินการ	55
4.2 การหาค่าช่วงความถี่	59
4.3 ผลการทดสอบ กรณี 1 องศาอิสระ	63
4.4 ผลการทดสอบกรณี 2 องศาอิสระ	67
4.5 วิเคราะห์ผลการทดลอง	70

บทที่ 5 สรุปผลและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผล	75
5.2 ข้อเสนอแนะ	75

เอกสารอ้างอิง

76

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก โคลิดของโพลดเซลล์	77
ภาคผนวก ข ตารางชิ้นส่วนประกอบและแบบงาน	
ภาคผนวก ค การคำนวณโดยใช้โปรแกรม	

## สารบัญรูปภาพ

รูปที่		หน้า
2.1	ก. แบบจำลองของระบบเชิงกลที่มีการสั่นสะเทือน ข. แผนภาพวัตถุอิสระของมวล	5
2.2	ผลตอบสนองสำหรับระบบ Underdamped	6
2.3	Magnification factor สำหรับระบบ Undamped	8
2.4	ผลตอบสนองแบบฮาร์โมนิก กรณี $0 < r < 1$	9
2.5	ผลตอบสนองแบบฮาร์โมนิกกรณี $r > 1$	10
2.6	ผลตอบสนองแบบฮาร์โมนิกกรณี $r = 1$	10
2.7	$X/\delta_n$ และ $\theta$ เทียบอัตราส่วนความถี่ $r$ และอัตราส่วนความหน่วง	13
2.8	ฐานเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิก	14
2.9	$T_d$ และ $\theta$ เทียบอัตราส่วนความถี่ $r$ และอัตราส่วนของหน่วง	15
2.10	ตัวอย่างระบบแยกการสั่นสะเทือนออสซิลเลชัน	16
2.11	ตัวอย่างการป้องกันการสั่นสะเทือนของพื้น	16
2.12	ตัวอย่างการป้องกันการสั่นสะเทือนของเครื่องมือจากการเคลื่อนที่ของคอนเทนเนอร์	17
2.13	การแยกการสั่นสะเทือน	18
2.14	การแปรผันของอัตราส่วนของการส่งผ่าน ( $T_d$ ) เทียบกับอัตราส่วนความถี่	19
2.15	การดูดกลืนการสั่นสะเทือน	21
2.16	ผลของตัวดูดกลืนการสั่นสะเทือนต่อผลตอบสนองของเครื่องจักร	21
2.17	ความแปรผันของ $\Omega_1$ และ $\Omega_2$	22
2.18	แบบจำลองระบบขนานการสั่นแบบฐานยึดกับที่	24
2.19	กราฟแสดงการส่งผ่านการกระจัดกับอัตราส่วนความถี่	25
2.20	การส่งผ่านแรงกับอัตราส่วนความถี่	26
2.21	การสั่นที่ฐาน	27
2.22	การส่งผ่านการกระจัดสำหรับการสั่นที่ฐาน	28
2.23	การส่งผ่านแรงสำหรับการสั่นที่ฐาน	28
2.24	แบบจำลองกายภาพของตัวดูดซับการสั่นแบบไม่มีตัวหน่วง	29
2.25	ขนาดการสั่นของระบบหลักกับความถี่	32
2.26	ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนมวลกับความถี่ธรรมชาติของระบบ	32
2.27	การสั่นสะเทือนแบบบังคับของระบบที่มีสององศาอิสระ	33
2.28	โพลดิเซลล์	34
2.29	ขนาดและมีติของโพลดิเซลล์	35



## สารบัญรูปภาพ(ต่อ)

รูปที่		หน้า
3.1	ภาพเครื่องทดสอบตัวแยกกาสน์สะเทือนแบบ 1องศาอิสระ	36
3.2	ภาพการปรับปรุงชุดจำลองการแยกการสั่นสะเทือนแบบ 1องศาอิสระ	37
3.3	เครื่องแยกการสั่นสะเทือนแบบ 2องศาอิสระและแบบ Isolator	37
3.4	กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $X/Y$ และ $\omega$ ของ $k_1$	40
3.5	กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $X/Y$ และ $\omega$ ของ $k_2$	42
3.6	กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $X/Y$ และ $\omega$ ของ $k_3$	44
3.7	กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $X/Y$ และ $\omega$ ของ $k_4$	46
3.8	กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $X/Y$ และ $\omega$ ของ $k_5$	48
4.1	Dial Gauge	55
4.2	สปริงในการทดสอบ	55
4.3	Inverter 0.47 kW	56
4.4	Data Acquisition Board	56
4.5	โพลดเซลล์	57
4.6	จอแสดงผลโพลดเซลล์	57
4.7	หน้าต่างโปรแกรม LabView	58
4.8	หน้าต่างโปรแกรมใช้ทดสอบ	58
4.9	ชุดจำลองการสั่นสะเทือนของระบบการเคลื่อนที่แบบ 1แอมะ2องศาอิสระ	59
4.10	แสดงการหา $\omega$ โดยการใช้โปรแกรม matlab	60
4.17	กราฟระหว่างอัตราส่วนแรงส่งผ่านกับความถี่ของการทดลองและทฤษฎีค่า $k = 26,710\text{N/m}$	70
4.18	กราฟระหว่างอัตราส่วนแรงส่งผ่านกับความถี่ของการทดลองและทฤษฎีค่า $k = 41,320$ $\text{N/m}$	72
4.19	กราฟระหว่างอัตราส่วนแรงส่งผ่านกับความถี่ของการทดลองและทฤษฎีค่า $k = 48,980\text{N/m}$	74
4.12	กราฟระหว่างอัตราส่วนแรงส่งผ่านกับความถี่ของการทดลองและทฤษฎีค่า $k = 99,770\text{N/m}$	76
4.13	กราฟระหว่างอัตราส่วนแรงส่งผ่านกับความถี่ของการทดลองและทฤษฎีค่า $k_1 = 99770 \text{ N/m}$ และ $k_2 = 26170 \text{ N/m}$	78
4.14	กราฟระหว่างอัตราส่วนแรงส่งผ่านกับความถี่ของการทดลองและทฤษฎีค่า $k_1 = 99770 \text{ N/m}$ และ $k_2 = 41320 \text{ N/m}$	80
4.14	กราฟระหว่างอัตราส่วนแรงส่งผ่านกับความถี่ของการทดลองและทฤษฎีค่า $k_1 = 99770 \text{ N/m}$ และ $k_2 = 48980 \text{ N/m}$	82

## สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1.1	แผนการดำเนินงานเดือนมกราคม2558ถึงเดือนพฤษภาคม2558	2
1.2	แผนการดำเนินงานเดือนมกราคม2558ถึงเดือนพฤษภาคม2558	3
1.3	งบประมาณที่ใช้ในการศึกษานี้	4
3.1	สรุปตารางคำนวณค่า $k_r$	40
4.1	ความถี่ธรรมชาติกรณีของเสาอิสระ	59
4.2	ความถี่ธรรมชาติกรณีของเสาอิสระ	59
4.3	ค่าที่ได้จากการทดลอง $k = 26,170 \text{ N/m}$	62
4.4	ค่าที่ได้จากการคำนวณทางทฤษฎี $k = 26,170 \text{ N/m}$	62
4.5	ค่าที่ได้จากการทดลอง $k = 41320 \text{ N/m}$	63
4.6	ค่าที่ได้จากการคำนวณทางทฤษฎี $k = 41320 \text{ N/m}$	63
4.7	ค่าที่ได้จากการทดลอง $k = 48980 \text{ N/m}$	64
4.8	ค่าที่ได้จากการคำนวณทางทฤษฎี $k = 41320 \text{ N/m}$	64
4.9	ค่าที่ได้จากการทดลอง $k = 99770 \text{ N/m}$	65
4.10	ค่าที่ได้จากการคำนวณทางทฤษฎี $k = 99770 \text{ N/m}$	65
4.11	ค่าที่ได้จากการทดลอง $k_1 k_2$	66
4.12	ค่าที่ได้จากการคำนวณทางทฤษฎี $k_1 k_2$	66
4.13	ค่าที่ได้จากการทดลอง $k_1 k_2$	67
4.14	ค่าที่ได้จากการคำนวณทางทฤษฎี $k_1 k_2$	68
4.15	ค่าที่ได้จากการคำนวณทางทฤษฎี $k_1 k_2$	69
4.16	ค่าที่ได้จากการคำนวณทางทฤษฎี $k_1 k_2 k_3$	69
4.6.1	การทดลอง 1 ฝั่งเสาอิสระ	85
4.6.2	การทดลอง 2 ฝั่งเสาอิสระ	85

สัญลักษณ์	ความหมาย	หน่วย
A	พื้นที่	$m^2$
C	ค่าคงตัวของหน่วงชนิดหนืด	$N/m/sec^2$
$c_c$	ตัวหน่วงวิกฤต	$N/m/sec$
d	เส้นผ่านศูนย์กลาง, มิติ	m
e	ระยะเบี่ยงศูนย์	m
f	ความถี่เชิงเส้น	Hz
$f_n$	ความถี่ตามธรรมชาติเชิงเส้น	Hz
F	แรง, แรงส่งผ่าน	N
$F_o$	แอมพลิจูดของแรง	
$F_o$	แรงต้านการเคลื่อนที่	N
g	แรงดึงดูดของโลก = 9.80	$m/sec^2$
G	โมดูลัสเฉือน	$N/m^2$
k	ค่าคงที่สปริง	$N/m$
l, L	ความยาว	m
m	มวล	kg
M	ทอร์ก, โมเมนต์	$N/m$
$r = \frac{\omega}{\omega_n}$	อัตราส่วนความถี่	
r, R	รัศมี	m
t	เวลา	sec
x	ระยะทาง	m
$X_o = F_o/k$	ระยะบิดสถิตย์ของสปริงเนื่องจากแรง- $F_o$	m
y	ระยะทาง	m
$y_o, Y$	แอมพลิจูด	m
$\alpha$	แอมพลิจูดของมุม	rad
$\phi$	มุม, มุมเฟส	rad
$\beta$	มุมสัมผัสสะท้อน	rad
$\zeta = d/c_c$	แฟกเตอร์ตัวหน่วง	
$\eta$	สัมประสิทธิ์, ค่าคงที่, ประสิทธิภาพทางความเร็ว	
$\theta$	มุม, มุมเอียงวางเขย่า	rad
$\omega$	ความถี่ของแรง, ความถี่เชิงมุม	$rad/sec$
$\omega_d$	ความถี่ธรรมชาติของระบบที่มีตัวหน่วง, ความถี่ตัวหน่วง	$rad/sec$
$\omega_n$	ความถี่ตามธรรมชาติ	$rad/sec$



# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ที่มา

เทคโนโลยีหลายๆกระบวนการจำเป็นต้องใช้อุปกรณ์ที่มีความละเอียดสูงในการวัดการสั่นสะเทือน อุปกรณ์เหล่านี้มักตอบสนองต่อแหล่งรบกวนต่างๆได้ง่ายทำให้เกิดการสั่นสะเทือนในกระบวนการ ซึ่งระบบแยกการสั่นสะเทือนจึงถูกนำมาใช้เพื่อลดการสั่นสะเทือนที่จะส่งผ่านจากอุปกรณ์ไปยังพื้นและที่ส่งผ่านจากพื้นสู่อุปกรณ์ เพื่อให้อุปกรณ์สามารถทำงานได้เต็มประสิทธิภาพ ตัวอย่างการสั่นสะเทือนจากเครื่องยนต์ก็ได้โดยการถ่วงสมดุลเครื่องยนต์ เพื่อให้แรงที่ไม่สมดุลเหลือน้อยที่สุด นอกจากนี้ยังต้องมียางรองแท่นเครื่องเพื่อลดการถ่ายเทการสั่นสะเทือนจากเครื่องยนต์ไปสู่ส่วนอื่นๆ ในการสั่นที่เกิดขึ้นส่วนมากอาจจะเป็นผลที่เกิดจากการทำงานของเครื่องจักรนั่นเองเช่นการขึ้นรูป ชิ้นงานซึ่งต้องใช้แรงกระทำที่มีกำลังมาก แรงดังกล่าวจะทำให้โครงสร้างและพื้นเสียหายได้ ถ้าระบบออกแบบไม่เหมาะสมหรือการสั่นที่ไม่สมดุลในแอมพลิจูดของเครื่องจักรหมุน เป็นต้น สามารถใส่ฉนวนการสั่นระหว่างโครงสร้างกับมวลที่ถูกแรงกระทำ

จากการศึกษาเกี่ยวกับชุดจำลองการแยกการสั่นสะเทือน พบว่าระบบแยกการสั่นสะเทือนที่ดีควรมีค่าความถี่ธรรมชาติที่น้อยและลดอัตราส่วนความหน่วงเพื่อเป็นการลดแรงส่งสู่พื้น ซึ่งทำได้โดยใช้ตัวแยกการสั่นสะเทือน ( Isolator ) ในการลดการสั่น พบว่าชุดจำลองการแยกการสั่นสะเทือนนี้ควรปรับปรุงด้านความปลอดภัย ดังนั้นโครงการนี้จึงได้มีแนวคิดในการปรับปรุงเครื่องลดการสั่นสะเทือน โดยเลือกใช้แผ่นยางที่มีค่าความถี่ธรรมชาติเท่ากับค่าความถี่ธรรมชาติของชุดสปริง มาติดตั้งเข้ากับชุดจำลองการแยกการสั่นสะเทือน ทั้งแบบ 1องศาอิสระและ 2องศาอิสระ

มวลของเครื่องจักรที่ถูกแรง กระทำซึ่งมีลักษณะคล้ายกับเครื่องdrop forge, punch press หรือการหมุนที่ไม่สมดุล เป็นต้น ซึ่งเป็นระบบที่มีลำดับชั้นความ อิสระเท่ากับสอง(แบบสององศาอิสระ) ฉนวนการสั่นนั้นประกอบด้วยสปริง สามารถทำให้การสั่นของมวลลดลง หรือ แรงส่งผ่านไปยังฐานลดลง ส่วนสปริงที่ฐานเป็นค่าความแข็งของสปริงของพื้น หรือโครงสร้าง ถ้ามวลฐานมี ขนาดใหญ่มากหรือค่าความแข็งของสปริงของที่ฐานมีค่ามากๆ ซึ่งอาจเป็นพื้นโครงสร้างคอนกรีต ดังนั้นเราสามารถ ประมาณได้เป็นระบบที่ชั้นลำดับความอิสระเท่ากับหนึ่งก็ได้(แบบ 1องศาอิสระ) เมื่อเปิดมอเตอร์ มวลจะสั่นด้วยค่าความถี่ธรรมชาติ ถ้าความถี่ของพลังงานที่ให้แก่มวลมีความถี่เท่ากับค่าความถี่ของการสั่นตามธรรมชาติของมวล ส่งผลให้มวลรับพลังงานเข้าไปได้สูงสุด จึงสั่นด้วยแอมพลิจูดที่มากขึ้น จนขึ้นไปชนแผ่นยาง ทำให้ยางเกิดการตูดทับการสั่นสะเทือนแทน อุปกรณ์หลักจึงสั่นสะเทือนน้อยลง ลดความเสียหายของเครื่องมือและเพิ่มความปลอดภัยให้กับผู้ทดลอง

## 1.2 วัตถุประสงค์

- 1.2.1 เพื่อออกแบบและสร้างชุดจำลองการแยกการสั่นสะเทือน ทั้ง 1 องศาอิสระและ 2 องศาอิสระ โดยปรับปรุงมาจากชุดทดสอบเครื่องแยกการสั่นสะเทือน
- 1.2.2 เพื่อสร้างชุดจำลองการดูดกลืนการสั่นสะเทือน
- 1.2.3 เพื่อเพิ่มความปลอดภัยของชุดจำลองการแยกการสั่นสะเทือน และชุดจำลองการดูดกลืน

## 1.3 ขอบเขตของการศึกษา

- 1.3.1 วัตถุประสงค์ของการสั่นเพื่อลดการสั่นที่ส่งต่อไปสู่มวล
- 1.3.2 ใช้สปริงที่มีค่าต่างกันเป็นตัวแยกการสั่นในกรณีลดการสั่นสะเทือนแบบ 1 องศาอิสระและ 2 องศาอิสระ
- 1.3.3 ช่วงของความถี่ในการสั่นไม่เกิน 10 - 50 Hz
- 1.3.4 การสั่นที่เครื่องสามารถวัดได้สูงสุดคือ 3 มิลลิเมตร เนื่องจากเหตุผลทางด้านความปลอดภัย
- 1.3.5 สามารถสาธิตการจำลองการสั่นและการแยกการสั่น

## 1.4 แผนการดำเนินงาน

การศึกษานี้มีระยะเวลาในการดำเนินงาน 5 เดือน ตั้งแต่เดือนมกราคม 2558 ถึงเดือนพฤษภาคม 2558 ดังแสดงในตารางที่ 1.1 และตั้งแต่เดือนสิงหาคมถึงเดือนธันวาคมดังตารางที่ 1.2

ตารางที่ 1.1 แสดงแผนการดำเนินงานเดือนมกราคม 2558 ถึงเดือนพฤษภาคม 2558

แผนกดำเนินงาน	ม.ค.	ก.พ.	มี.ค.	เม.ย.	พ.ค.
1.ศึกษาข้อมูลที่เกี่ยวข้อง					
2.ออกแบบตัวลดการสั่นสะเทือน					
3.สืบราคาวัสดุและอุปกรณ์ จัดทำแผนการจัดซื้อ					
4.จัดทำข้อมูลเสนอโครงการ					
5.รายงานความก้าวหน้าราย เดือน					



ตารางที่ 1.2 แสดงแผนการดำเนินงานเดือนสิงหาคม 2558 ถึงเดือนธันวาคม 2558

แผนการดำเนินงาน	ส.ค.				ก.ย.				ต.ค.				พ.ย.				ธ.ค.			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
1. ออกแบบแผ่นยางและแผ่นเหล็ก																				
2. สร้างและประกอบเครื่องแยกการสันสะท้อน																				
3. ทำการทดสอบเครื่องแยกการสันสะท้อน																				
4. แก้ไขปรับปรุงและทดสอบผลการทดลองและการคำนวณ																				
5. จัดทำรายงานร่างปริญญาโท																				
6. ขึ้นแบบฟอร์มขอสอบ																				
7. สอบโครงงานวิศวกรรม																				
8. แก้ไขและส่งปริญญาโท																				
9. รายงานความก้าวหน้ารายเดือน																				

### 1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.5.1 สามารถลดอันตรายที่อาจเกิดขึ้นระหว่างการใช้งานเครื่องมือทดสอบการสันสะท้อน

1.5.2 สามารถเลือกใช้ตัวแยกการสันในการลดการสันสะท้อนได้อย่างเหมาะสม

1.5.3 สามารถแสดงการสันสะท้อนที่ใกล้เคียงการสันพ้องโดยเครื่องสามารถแยกการสันสะท้อน

ทั้ง 1 องศาอิสระ 2 องศาอิสระและตัวดูดกลืนการสันสะท้อนได้



### 1.6 งบประมาณ

1.7 การศึกษานี้ใช้งบประมาณทั้งสิ้น 11,190 บาทดังแสดงรายละเอียดของการใช้งบประมาณดังแสดงใน

ตารางที่ 1.3 งบประมาณที่ใช้ในการศึกษานี้

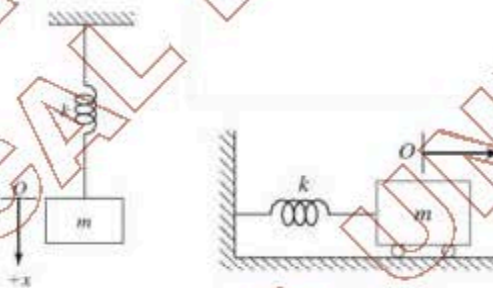
ลำดับ	รายการ	จำนวน (ชิ้น)	ราคาต่อหน่วย (บาท)	ราคารวม (บาท)
1	BEARING LINEAR	2	600	1,200
2	แผ่นอะคริลิก	1	3200	3,000
3	โครงเหล็ก	1	1,000	1,000
4	แผ่นยาง	5	100	500
5	สปริง	8	90	720
6	มอเตอร์	1	2570	2570
7	มวล	2	300	600
8	ชุดประมวลผลไหลจลเซลล์	1	1,600	1600
รวมทั้งสิ้น				11190

## บทที่ 2

### ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

#### 2.1 การสั่นสะเทือนโดยแรง (Vibration under Force)

การสั่นของระบบหนึ่งลำดับชั้นความเร็วปรากฏการณ์การสั่นสะเทือนจะเกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนแปลงรูปไปมาระหว่างพลังงานสำหรับระบบที่มีการสั่นสะเทือนนั้นจะมีองค์ประกอบสำคัญคือองค์ประกอบที่สะสมพลังงานศักย์องค์ประกอบที่สะสมพลังงานจลน์และองค์ประกอบที่หน่วงให้พลังงานของระบบลดลง ซึ่งการเปลี่ยนแปลงรูปไปมาของพลังงานจะทำให้เกิดการเคลื่อนที่และกวรเคลื่อนที่นี้จะก่อให้เกิดการสั่นสะเทือนขึ้น กล่าวคือเมื่อมีการสะสมพลังงานศักย์ขึ้นในระบบพลังงานนี้จะถูกเปลี่ยนเป็นพลังงานจลน์ซึ่งอยู่ในลักษณะการเคลื่อนที่ของมวลในระบบและกวรเคลื่อนที่นี้จะก่อให้เกิดการสะสมพลังงานศักย์ขึ้นอีกเป็นเช่นนี้ไปเรื่อยๆ ส่วนองค์ประกอบที่หน่วงพลังงานของระบบนั้นก็จะเปลี่ยนพลังงานศักย์และพลังงานจลน์ของระบบให้อยู่ในรูปอื่นเช่นเสียงหรือความร้อน เป็นต้นจนในที่สุดพลังงานของระบบหมดไป นอกเสียจากว่ามีสิ่งใดสิ่งหนึ่งมากระทำหรือกระตุ้นให้การสั่นสะเทือนยังคงมีอยู่



รูปที่ 2.1 ก. แบบจำลองของระบบเชิงกลที่มีการสั่นสะเทือน ข. แผนภาพวัตถุอิสระของมวล

##### 2.1.1 สมการเคลื่อนที่

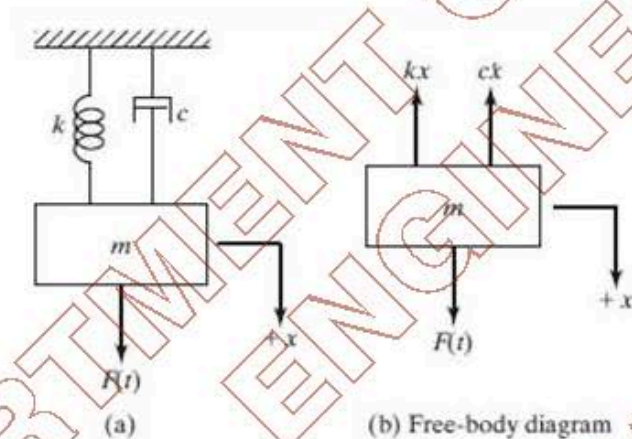
ถ้าแรง  $F(t)$  กระทำที่ระบบ damped spring – mass system ดังรูปที่ 2.1 สมการการเคลื่อนที่ที่จะได้ ดังนี้

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \quad (2.1)$$

เนื่องจากสมการเป็น nonhomogeneous คำตอบทั่วไปของ  $x(t)$  จะเท่ากับผลรวมของ homogeneous solution,  $x_h(t)$  และ particular solution,  $x_p(t)$  โดย homogeneous solution ก็คือ solution ของ homogeneous ซึ่งแสดงได้เป็น

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (2.2)$$

ซึ่งจะแทน equation of motion ของ free vibration system สำหรับกรณีที่มี damper ไม่ว่าจะเป็น underdamping, critical damping หรือ overdamping ไม่ว่าจะเงื่อนไขเริ่มต้นจะเป็นยังไง คำตอบทั่วไป (General Solution) จะกลายเป็น particular solution,  $x_p(t)$  ซึ่งจะเป็นภาวะการสั่นเสถียรคงตัว (steady state vibration) ซึ่งแสดงตัวอย่างแสดงการสั่นเสถียรของ Force Vibration กรณีนี้ under-damped vibration



รูปที่ 2.2 ผลตอบสนองสำหรับระบบ Underdamped

### 2.1.2 ผลตอบสนองของระบบไม่มีตัวหน่วงภายใต้แรงฮาร์โมนิก

ให้แรง  $F_0(t) = F_0 \cos(\omega t)$  กระทำที่มวล  $m$  ของระบบที่ไม่มีตัวหน่วง (under damped system) สมการการเคลื่อนที่ (Equation of Motion) ในสมการ (2.1) จะกลายเป็น

$$m\ddot{x} + kx = F_0 \cos \omega t \quad (2.3)$$

ซึ่ง Homogeneous solution ของสมการนี้จะอยู่ในรูปทั่วไปดังนี้

$$x_h(t) = C_1 \cos \omega_n t + C_2 \sin \omega_n t \quad (2.4)$$

โดยที่  $\omega_n = \left(\frac{k}{m}\right)^{\frac{1}{2}}$  เป็นความถี่ธรรมชาติของระบบการสั่นเสถียรนี้

เนื่องจากแรง  $F(t)$  เป็น harmonic force, particular solution,  $x_p(t)$  ก็เป็นแบบ harmonic ด้วย รวมถึงมีความถี่เช่นเดียวกับ  $\omega$  ดังนั้นเราสามารถสมมติว่า  $x_p(t)$  อยู่ในรูปดังนี้



$$x_p(t) = x \cos(\omega t) \quad (2.5)$$

โดยที่  $X$  คือค่าคงที่ที่แทนค่า maximum amplitude ของ  $x_p(t)$  แทนสมการ (2.5) ใน (2.3) และแก้สมการเพื่อหาค่า  $X$  จะได้ว่า

$$X = \frac{F_0}{(k - m\omega^2)} = \frac{\delta_{st}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} = \frac{\delta_{st}}{(1 - r^2)} \quad (2.6)$$

โดยที่  $\delta_{st} = \frac{F_0}{k}$  แทนระยะเคลื่อนที่ของมวลจากแรง  $F_0$  และบางครั้งจะเรียก  $\delta_{st}$  ว่า static deflection

เพราะว่า  $F_0$  เป็นแรงคงที่ ขณะที่ (frequency ratio)  $r = \frac{\omega}{\omega_n}$

ดังนั้นคำตอบรวมของสมการ (2.3) จะเป็นดังนี้

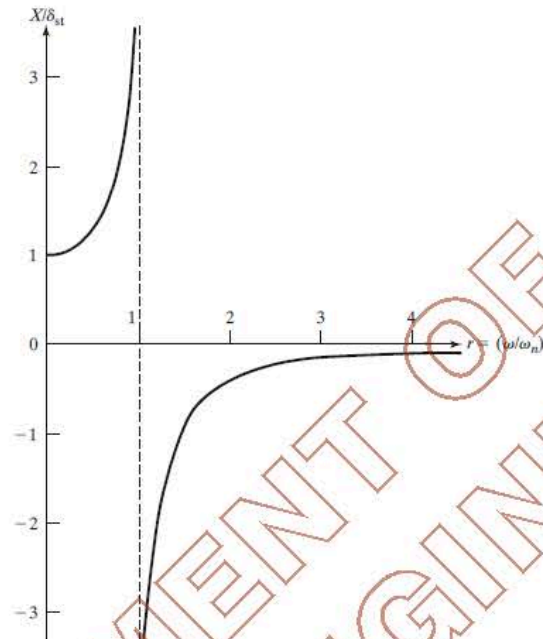
$$x(t) = C_1 \cos \omega_n t + C_2 \sin \omega_n t + \frac{F_0}{(k - m\omega^2)} \cos \omega t \quad (2.7)$$

ด้วยการแทนเงื่อนไขเริ่มต้น  $X(t=0) = X_0$  และ  $\dot{x}(t=0) = \dot{x}_0$  จะได้ว่า

$$C_1 = X_0 - \frac{F_0}{(k - m\omega^2)}, C_2 = \frac{\dot{x}_0 \omega}{\omega_n} \quad (2.8)$$

ดังนั้น

$$x(t) = \left(X_0 - \frac{F_0}{k - m\omega^2}\right) \cos \omega_n t + \left(\frac{\dot{x}_0 \omega}{\omega_n}\right) \sin \omega_n t + \left(\frac{F_0}{k - m\omega^2}\right) \cos \omega t \quad (2.9)$$



รูปที่ 2.3 Magnification factor สำหรับระบบ Undamped

ซึ่งจะได้ว่า maximum amplitude มีความสัมพันธ์เป็นดังนี้

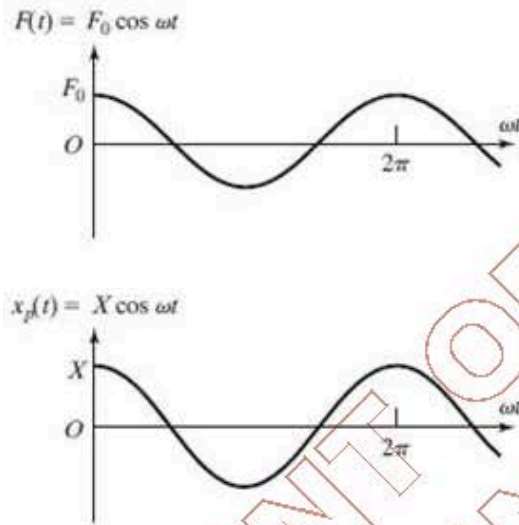
$$\frac{x}{\delta_{st}} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \quad (2.10)$$

โดยปริมาณ  $x/\delta_{st}$  แทนด้วยอัตราส่วนระหว่าง dynamic amplitude ต่อ static amplitude และจะเรียกว่า "magnification factor" หรือ amplitude factor หรือ amplitude ratio โดยความสัมพันธ์ระหว่าง amplitude ratio  $x/\delta_{st}$  กับ frequency ratio  $r = \frac{\omega}{\omega_n}$  ดังรูปที่ 2.3

สามารถแบ่งระบบการสั่นสะเทือนได้ 3 กรณี

กรณีที่ 1 โดย  $0 < r < 1$  ตัวส่วนในสมการ (2.10) เป็นบวกและผลการตอบสนองดังสมการ (2.5)

ไม่เปลี่ยนแปลงผลตอบสนองแบบฮาร์โมนิค  $x_p(t)$  มีมุมเฟสเช่นเดียวกับแรงกระทำดังรูป



รูปที่ 2.4 ผลตอบสนองแบบฮาร์โมนิก กรณี  $0 < r < 1$

กรณีที่ 2 โดย  $r > 1$  ตัวส่วนในสมการ (2.10) เป็นลบ และผลตอบสนองสภาวะคงตัวแสดงได้ดังต่อไปนี้

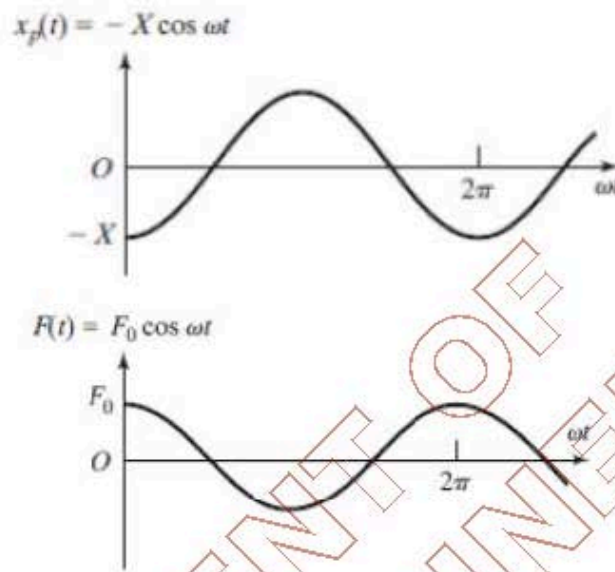
$$x_p(t) = x \cos \omega t \quad (2.11)$$

โดยแอมพลิจูดของการเคลื่อนที่  $X$  ซึ่งนิยามเป็นค่าบวกดังนี้

$$x = \frac{F_0}{m\omega^2} \frac{\delta_s}{k} = \frac{\delta_s}{r^2 - 1} \quad (2.12)$$

ความสัมพันธ์ระหว่าง  $F(t)$  และ  $x_p(t)$  กับเวลา แสดงดังรูป เนื่องจาก  $x_p(t)$  และ  $F(t)$  มีเครื่องหมายตรงข้ามกัน ผลตอบสนองจะมีเฟสต่างกัน  $180^\circ$  กับแรงภายนอก  $F(t)$



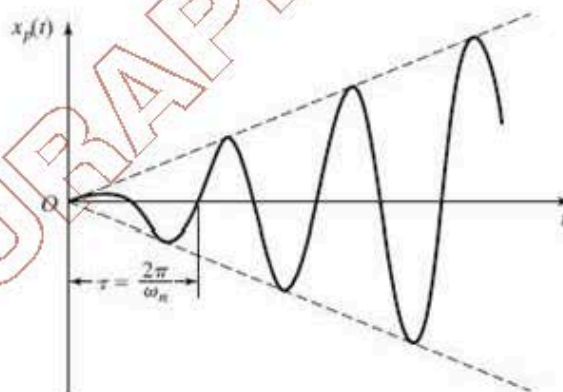
รูปที่ 2.5 ผลตอบสนองแบบฮาร์โมนิก กรณี  $r > 1$ 

กรณีที่ 3 เมื่อ  $\frac{\omega}{\omega_n} = 1$  แอมพลิจูด  $X$  ในสมการ (2.10) หรือ (2.12) มีค่าเป็น infinity ด้วย

เงื่อนไขที่ความถี่ของแรง  $\omega$  มีค่าเท่ากับความถี่ธรรมชาติของระบบ  $\omega_n$  จะเรียกว่าการสั่นพ้อง (Resonance) เพื่อหาผลตอบสนองของเงื่อนไขนี้ ผลการตอบสนอง  $x(t)$  ตอนที่เกิดปรากฏการณ์ resonance ก็จะเป็นดังนี้

$$x(t) = x_0 \cos \omega_n t + \frac{x_0}{\omega_n} \sin \omega_n t + \frac{\delta \omega_n t}{2} \sin \omega_n t \quad (2.13)$$

ซึ่งผลตอบสนองสำหรับกรณีนี้เป็นดังรูปที่ 1.6 ซึ่งจะได้ว่าแอมพลิจูดของ  $x(t)$  เพื่อขึ้นเรื่อย ๆ และแอมพลิจูดจะเพิ่มขึ้นเป็นความสัมพันธ์เชิงเส้นเทียบกับเวลา  $t$

รูปที่ 2.6 ผลตอบสนองของกรณี  $r = 1$

จาก Particular Solution ในสมการ (2.5) และ (2.11) จะได้ผลการตอบสนองรวม (Total response) เป็นดังนี้

$$x(t) = A\cos(\omega_n t - \theta) + \frac{\delta_x}{1 - r^2} \cos \omega t ; \text{ for } r < 1 \quad (2.14)$$

$$x(t) = A\cos(\omega_n t - \theta) + \frac{\delta_x}{1 - r^2} \cos \omega t ; \text{ for } r > 1 \quad (2.15)$$

โดย A และ  $\theta$  สามารถหาได้จากเงื่อนไขเริ่มต้นเช่นเดียวกับกรณี Free Vibration

ในความเป็นจริงแล้ว แรงภายนอกอาจจะอยู่ในรูปหลายฟังก์ชันบวกกัน เช่น อาจเป็นผลรวมของแรงคงที่กับ Harmonic force เช่น

$$F = 100 + 5 \sin(\omega t)$$

จากสมการข้างบนพบว่า แอมพลิจูดของ Harmonic Force มีค่าน้อยมาก เมื่อเปรียบเทียบกับแรงคงที่ แต่หาก  $\omega_n$  harmonic force อาจจะมีผลตอบสนอง  $x(t)$  มากกว่าผลเนื่องจาก static force หลายเท่าตัว

### 2.1.3 ผลตอบสนองของระบบที่มีตัวหน่วงภายในแรงอาร์โมนิค

ถ้าแรง  $F(t) = F_0 \cos(\omega t)$  สมการการเคลื่อนที่ Equation of Motion ของระบบการสั่นสะเทือนแบบบังคับที่มีตัวหน่วงจากสมการ (1.1) จะเป็นดังนี้

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 \cos \omega t \quad (2.16)$$

เขียนใหม่จะได้

$$\ddot{x} + \frac{c}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{F_0}{m} \cos \omega t \quad (2.17)$$

Particular solution ของสมการ (2.17),  $x_p(t)$  จะอยู่ในรูปดังนี้

$$x_p(t) = C_1 \cos(\omega t) + C_2 \sin(\omega t)$$

แทนค่าในสมการ (2.17) และเทียบเทอม จะได้ว่า

$$\left(\frac{k}{m} - \omega^2\right)C_1 + \frac{c}{m}\omega C_2 = \frac{F_0}{m}$$

$$\left(\frac{k}{m} - \omega^2\right)C_2 + \frac{c}{m}\omega C_1 = \frac{F_0}{m}$$

เมื่อหาค่า  $C_1$  และ  $C_2$  จากนั้นเปลี่ยนรูปโดยเขียนอยู่ในรูปแบบต่อไปนี้

$$x_p(t) = X \cos(\omega t - \theta) \quad (2.18)$$

โดยที่

$$X = \frac{F_0}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + c^2\omega^2}} = \frac{\delta_s}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \quad (2.19)$$

และ

$$\phi = \tan^{-1} \left( \frac{c}{k - m\omega^2} \right)$$

โดยที่  $\delta_s = F_0 / k$  เป็นระยะเคลื่อนที่เนื่องจากแรงสถิต  $F_0$  ส่วน  $r$  และ  $\zeta$  คือ Frequency ratio และ Damping ratio ตามลำดับ

หากเป็น Rotation ถ้าโมเมนต์  $M(t) = M_0 \cos(\omega t)$  สมการการเคลื่อนที่ Equation of motion ของระบบสันสะท้อนแบบบังคับที่มีตัวหน่วงสำหรับการหมุนจะเป็นดังนี้

$$I\ddot{\theta} + c_r\dot{\theta} + k_r\theta = M_0 \cos(\omega t) \quad (2.20)$$

ทำนองเดียวกันกับสมการ (1.18) ให้ steady state response ของการหมุนคือ  $\theta(t)$  เขียนในรูปทั่วไปได้ดังนี้

$$\theta(t) = \Theta \cos(\omega t + \phi) \quad (2.21)$$

เช่นเดียวกับกรณีการเคลื่อนที่เชิงเส้นจะได้แอมพลิจูด เป็นดังนี้

$$\Theta = \frac{M_0}{\sqrt{(k_r - I\omega^2)^2 + c_r^2\omega^2}} = \frac{\theta_s}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \quad (2.22)$$

และ

$$\phi = \tan^{-1} \left( \frac{c_r}{k_r - I\omega^2} \right) \quad (2.23)$$

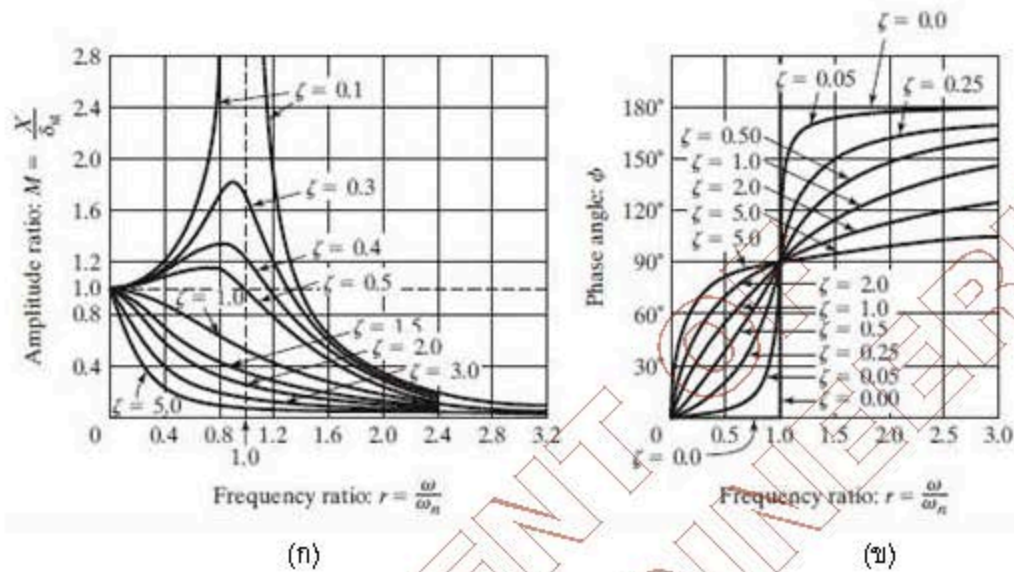
โดย  $\theta_s = M_0 / k_r$

จากสมการ (1.19) จะได้ว่า

$$\frac{X}{\delta_s} = \frac{1}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \quad (2.24)$$

ให้  $M = X/\delta_s$  เรียกว่า magnification factor, amplitude factor, หรือ amplitude ratio การเปลี่ยนแปลงของ  $X/\delta_s$  และ  $\phi$  เทียบกับ frequency ratio,  $r$  และ damping ratio, จะเป็นดังรูปที่ 2.7





รูปที่ 2.7 ก.  $X/\delta_m$  และ  $\phi$  เทียบอัตราส่วนความถี่  $r$  และ ข. อัตราส่วนความหน่วง,  $\zeta$   
 ค่าตอบสนองมูรต์คือ  $X(t) = X_n(t) + X_p(t)$  ซึ่งสำหรับ underdamped system จะได้ว่า

$$x(t) = x_0 e^{(-\zeta\omega_n t)} \cos(\omega_d t - \phi_0) + X \cos(\omega t - \phi)$$

โดยที่

$$\omega_d = \sqrt{1 - \zeta^2} \omega_n$$

สำหรับ  $x_0$  และ  $\phi_0$  สามารถหาได้จากเงื่อนไขเริ่มต้น สำหรับเงื่อนไขเริ่มต้น

$$x(t=0) = x_0, \dot{x}(t=0) = \dot{x}_0$$

แทนเงื่อนไขเริ่มต้น จะได้ว่า

$$x_0 = X_0 \cos \phi_0 + X \cos \phi$$

$$\dot{x}_0 = \zeta \omega_n x_0 \cos \phi_0 + \omega_d x_0 \sin \phi_0 + \omega X \sin \phi \quad (2.25)$$

2.1.4 ผลตอบสนองของระบบที่มีตัวหน่วงภายใต้แรง  $F(t) = F_0 e^{i\omega t}$  จะได้ Equation of Motion เป็นดังนี้

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 e^{i\omega t} \quad (2.26)$$

จะได้ Particular Solution  $X_p(t)$

$$x_p(t) = X e^{i\omega t} \quad (2.27)$$

ด้วยการแทนสมการ ในสมการจะได้แอมพลิจูด  $X$

$$X = \frac{F_0}{(k - m\omega^2) + ic\omega} \quad (2.28)$$

คูณตัวเศษและตัวส่วนทั้งคู่ด้วย conjugate ของตัวตัวส่วน จากนั้น แยกส่วนจำนวนจริงและจำนวนจินตภาพจะได้ว่า

$$X = F_0 \left[ \frac{k - m\omega^2}{(k - m\omega^2)^2 + c^2\omega^2} - i \frac{c\omega}{(k - m\omega^2)^2 + c^2\omega^2} \right] \quad (2.29)$$

ด้วยความสัมพันธ์  $x+iy=Ae^{i\theta}$  โดย  $A=\sqrt{x^2+y^2}$  และ  $\tan \theta = y/x$  แสดงได้ดังนี้

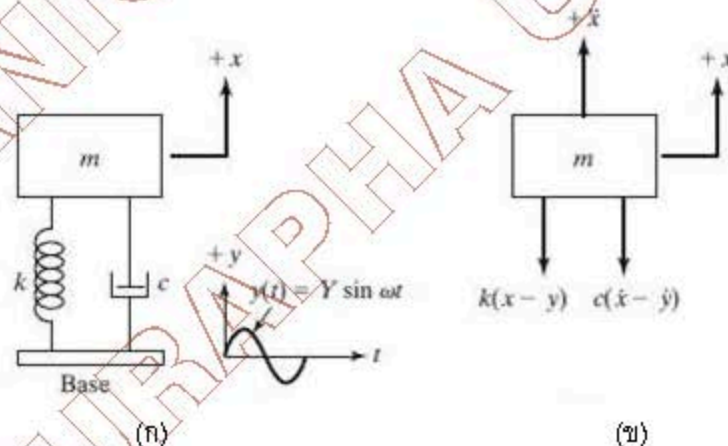
$$X = \frac{F_0}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + c^2\omega^2}} e^{i\phi} \quad (2.30)$$

$$\phi = \tan^{-1} \left( \frac{c\omega}{k - m\omega^2} \right) \quad (2.31)$$

ดังนั้น Steady - State Solution ในสมการ (2.31) เขียนใหม่ได้เป็น

$$x_p(t) = \frac{F_0}{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2} e^{i(\omega t - \phi)} \quad (2.32)$$

2.1.5 ผลตอบสนองของระบบที่มีตัวหน่วงเนื่องจากรากฐานเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิก  
บางครั้งฐานหรือที่รองรับของ spring - mass - damped system เป็นแบบ harmonic โดยให้  $y(t)$  แทน  
ระยะการเคลื่อนที่ของฐาน และ  $x(t)$  เป็นระยะการเคลื่อนที่ของมวล  $m$



รูปที่ 2.8 ฐานเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิก

จากตำแหน่งสมดุลที่เวลา  $t$  ใด ๆ ดังนั้น ระยะยืดลัพท์สปริงจะเป็น  $x-y$  และขณะที่ relative velocity ระหว่างมวล  $m$  ของฐาน (base) จะเท่ากับ  $(\dot{x} - \dot{y})$  จาก FBD ในรูป (ข) จะได้ Equation of Motion เป็นดังนี้



$$m\ddot{x} + c(\dot{x} - \dot{y}) + k(x - y) = 0 \quad (2.33)$$

ถ้า  $y = Y \sin(\omega t)$  สมการ จะกลายเป็น

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = ky + c\dot{y} = kY \sin \omega t + c\omega Y \cos \omega t = A \sin(\omega t - \alpha) \quad (2.34)$$

โดยที่  $A = Y \sqrt{k^2 + (c\omega)^2}$  และ  $\alpha = \tan^{-1} \left( -\frac{c\omega}{k} \right)$  สมการ (1.40) แสดงว่าการที่ฐานมี

การเคลื่อนที่ที่เปรียบเสมือนเป็นการให้แรงซึ่งเป็น harmonic force ที่มีขนาดเท่ากับ  $A$  แก่มวล  $m$  ซึ่งจะได้ steady state solution,  $x_p(t)$  เป็นดังนี้

$$x_p(t) = \frac{Y \sqrt{k^2 + (c\omega)^2}}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} \quad (2.35)$$

ด้วยการหลักตรีโกณมิติ สมการเขียนใหม่ดังนี้

$$x_p(t) = X \sin(\omega t - \phi) \quad (2.36)$$

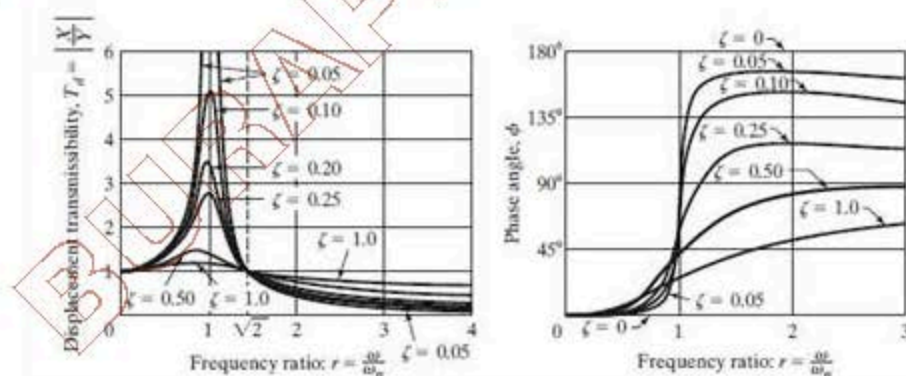
ซึ่งจะได้ความสัมพันธ์

$$\frac{X}{Y} = \sqrt{\frac{k^2 + (c\omega)^2}{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} = \sqrt{\frac{1 + (2\zeta r)^2}{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \quad (2.37)$$

และ

$$\phi = \tan^{-1} \left[ \frac{mc\omega^3}{(k(k - m\omega^2) + (c\omega)^2)} \right] = \tan^{-1} \left[ \frac{(2\zeta^3 r^3)}{(1 + (4\zeta^2 - 1)r^2)} \right] \quad (2.38)$$

อัตราส่วนของ Amplitude ของ  $x_p(t)$  ต่อการเคลื่อนที่ของฐาน  $y(t)$ ,  $X/Y$  คือ displacement transmissibility โดยการเปลี่ยนสำหรับค่าที่แตกต่างกันเอง  $r$  และ  $\zeta$  ของ  $X/Y = T_d$  และ  $\phi$  จะเป็นตัวรูปที่ (2.8) ก. และ ข. ตามลำดับ



รูปที่ 2.9  $T_d$  และ  $\phi$  เทียบอัตราส่วนความถี่,  $r$  และอัตราส่วนของหน่วง,  $\zeta$



## 2.2 การแยกการสั่นสะเทือน

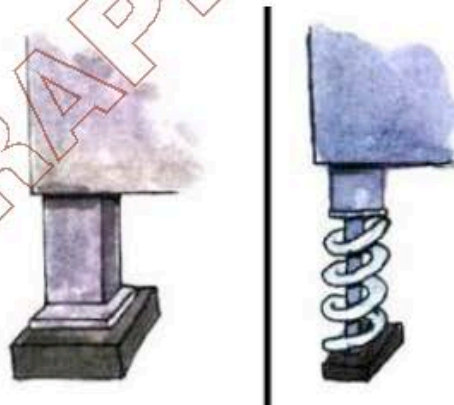
การแยกการสั่นสะเทือนคือกระบวนการที่ทำให้ผลการสั่นสะเทือนที่ไม่ปรารถนาลดลงโดยหลักการแล้วการแยกการสั่นสะเทือนเป็นการแทรกชิ้นส่วนยึดหยุ่นระหว่างมวลที่สั่นสะเทือนกับแหล่งกำเนิดเพื่อจะลดผลตอบสนองพลศาสตร์ของระบบภายในเงื่อนไขที่กำหนดของการกระตุ้นการสั่น ระบบการแยกการสั่นก็จะเป็นแบบกัมมันต์ หรืออ้อมกัมมันต์ ขึ้นกับว่าระบบนั้นต้องการกำหลังงานภายนอกหรือไม่ ตัวยกแบบอ้อมกัมมันต์ได้แก่สปริง โลหะ จุกไม้ ก๊อก สปริงนิวเมติก และสปริงยืดหยุ่น



รูปที่ 2.10 ตัวอย่างระบบแยกการสั่นแบบอ้อมกัมมันต์

วิธีแยกการสั่นสะเทือนแบ่งออกเป็น 2 กรณี แบบแรกเป็นการป้องกันการสั่นสะเทือนของพื้นหรือฐานของเครื่องจักรซึ่งเกิดจากแรงไม่สมดุล และแรงกระแทกหากระบบจำลองเป็นระบบหนึ่งองศาอิสระซึ่งจะได้แรงถ่ายไปที่ฐาน ( $F_t$ ) เป็นดังนี้

$$F_t = kx(t) + c\dot{x}(t) \quad (2.39)$$



รูปที่ 2.11 ตัวอย่างการป้องกันการสั่นสะเทือนของพื้น

ถ้าแรงส่งมาตรฐาน  $F_r(t)$  เป็นแรงฮาร์โมนิก ความเค้นที่เกิดขึ้นที่สลักเกลียวก็จะเป็นฮาร์โมนิกด้วย ซึ่งอาจจะทำให้เกิดการเสียหายจากการล้าได้

แบบที่สองระบบถูกป้องกันจากการเคลื่อนที่ของพื้นหรือฐาน เช่นการป้องกันเครื่องมือจากการเคลื่อนที่ของคอนเทนเนอร์ หากเครื่องมือจำลองด้วยระบบของศาสตร์เดียวแรงที่ถ่ายไปยังเครื่องมือที่มีมวลมีสมการดังต่อไปนี้

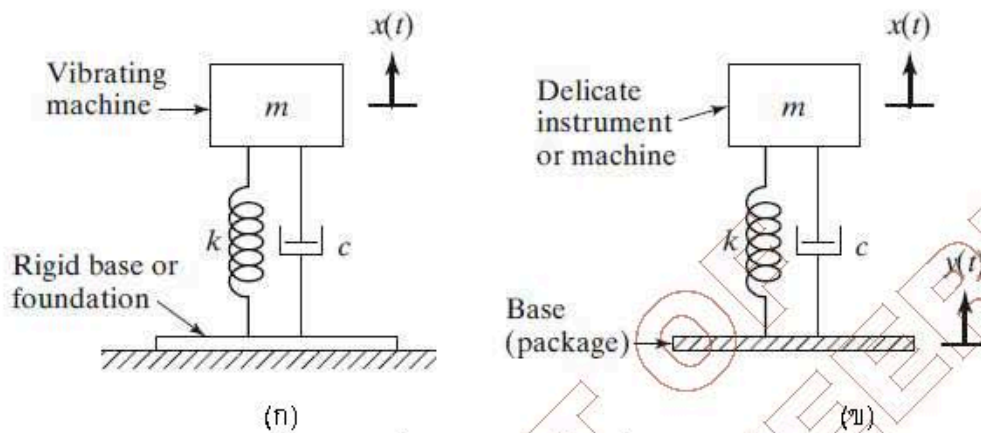
$$F_r(t) = m\ddot{x}(t) = k[x(t) - y(t)] + c[\dot{x}(t) - \dot{y}(t)] \quad (2.40)$$



รูปที่ 2.12 ตัวอย่างการป้องกันเครื่องมือจากการเคลื่อนที่ของคอนเทนเนอร์

โดยที่  $(x-y)$  และ  $(\dot{x}-\dot{y})$  แทนระยะทางและความเร็วสัมพัทธ์ของสปริงและตัวหน่วงตามลำดับ ในปัญหาทางปฏิบัติหีบห่อบรรจุถูกออกแบบเพื่อหลีกเลี่ยงการส่งแรงไปสู่เครื่องมือเพื่อป้องกันความเสียหายของเครื่องมือในที่นี่จะแสดงการวิเคราะห์ระบบการแยกการสั่นสะเทือนเมื่อพื้นมีวัตถุแข็งเกร็ง





รูปที่ 2.13 การแยกการสั่นสะเทือน

การลดแรงส่งต่อไปสู่มวล หากเครื่องมือหรือเครื่องจักรที่อ่อนไหวมีมวลเท่ากับ  $m$  ต้องการแยกการสั่นสะเทือนจากการเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิกที่ไม่ต้องการ สมการเคลื่อนที่ของการจำลองดังรูปที่ 2.13 (ข) เป็นดังนี้

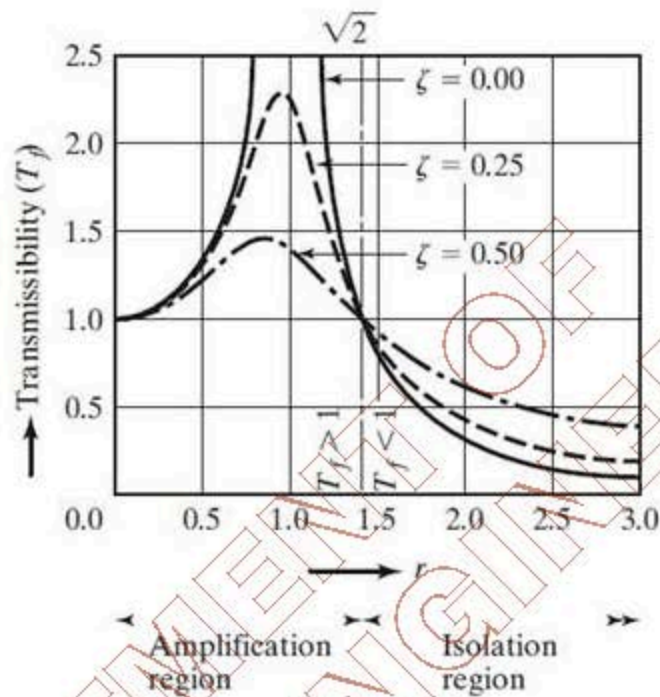
$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = -m\ddot{y} \quad (2.41)$$

โดยที่  $z = x - y$  แทนระยะการเคลื่อนที่ของมวลสัมพันธ์กับฐาน หากฐานมีการเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิกด้วย ดังนั้นอัตราส่วนการส่งผ่านดังสมการ (2.41) จะเป็นดังนี้

$$T_r = \frac{X}{Y} = \left\{ \frac{1 + (2\zeta r)^2}{[1 - r^2]^2 + (2\zeta r)^2} \right\}^{1/2} \quad (2.42)$$

เมื่อ  $r$  เป็นอัตราส่วนความถี่โดย  $T$ , เมื่อเทียบกับอัตราส่วนความถี่  $r$  แสดงดังรูปที่ 2.14 เพื่อให้การแยกการสั่นสะเทือนแรงส่งผ่านต่อน้อยกว่าแรงกระตุ้นภายนอก ความถี่ของแรงกระตุ้นต้องมากกว่า  $\sqrt{2}$  เท่าของความถี่ธรรมชาติของระบบเพื่อให้ได้มาซึ่งการแยกการสั่นสะเทือน





รูปที่ 2.14 การแปรผันของอัตราส่วนของการส่งผ่าน ( $T$ ) เทียบกับอัตราส่วนความถี่  $r$

### 2.3 การดูดกลืนการสั่นสะเทือน

เครื่องจักรหรือระบบอาจมีการสั่นสะเทือนที่มากเกินไปหากแรงกระตุ้นภายนอกมีความถี่ใกล้เคียงกับความถี่ธรรมชาติของเครื่องจักรหรือระบบ ในกรณีนี้ การสั่นสะเทือนของเครื่องจักรหรือระบบสามารถลดลงได้ด้วยการใช้ตัวดูดกลืนการสั่นสะเทือนขณะเคลื่อนที่ซึ่งทำงานง่าย ๆ โดยเพิ่มระบบมวลสปริงอีกชุด ตัวดูดกลืนการสั่นสะเทือนถูกออกแบบเพื่อให้ความถี่ธรรมชาติของระบบใหม่ห่างไปจากความถี่ของแรงกระตุ้นภายนอก ในการแสดงจะยกการวิเคราะห์โดยพิจารณาเครื่องจักรเป็นระบบหนึ่งของคาน้ำอิสระดังรูปที่ เมื่อเพิ่มมวลช่วย  $m_2$  เข้ากับเครื่องจักรมวล  $m_1$  ผ่านทางสปริง  $k_2$  ซึ่งได้ผลลัพธ์เป็นระบบสององศาอิสระ สมการเคลื่อนที่ของมวล  $m_1$  และ  $m_2$  เป็นดังนี้

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + k_1 x_1 + k_2 (x_1 - x_2) &= F_0 \sin \omega t \\ m_2 \ddot{x}_2 + k_2 (x_2 - x_1) &= 0 \end{aligned} \quad (2.43)$$

สำหรับคำตอบอยู่ในรูปอาร์โมนิค จะได้ว่า

$$x_j(t) = X_j \sin \omega t, \quad j = 1, 2 \quad (2.44)$$

จะได้แอมพลิจูดของผลตอบสนองของคางตัวของมวล  $m_1$  และ  $m_2$  เป็น

$$X_1 = \frac{(k_2 - m_2 \omega^2) F_0}{(k_1 + k_2 + m_1 \omega^2)(k_2 - m_2 \omega^2) - k_2^2} \quad (2.45)$$

$$X_2 = \frac{k_2 F_0}{(k_1 + k_2 + m_1 \omega^2)(k_2 - m_2 \omega^2) - k_2^2} \quad (2.46)$$

โดยขั้นต้นจะสนใจการลดแอมพลิจูดของเครื่องจักร ( $X_1$ ) เพื่อให้แอมพลิจูดของ  $m_2$  เท่ากับศูนย์ ตัวตั้งของสมการ (2.45) ต้องเท่ากับศูนย์ ซึ่งจะได้ว่า

$$\omega^2 = \frac{k_2}{m_2} \quad (2.47)$$

หากเครื่องจักรก่อนการเพิ่มตัวตุกกลืนการสั่น ทำงานใกล้การสั่นพ้อง โดย  $\omega^2 \approx \omega_1^2 = k_1/m_1$  ดังนั้นตัวตุกกลืนการสั่นจะออกแบบเพื่อให้

$$\omega^2 = \frac{k_2}{m_2} = \frac{k_1}{m_1} \quad (2.48)$$

แอมพลิจูดการสั่นสะเทือนของเครื่องจักร ซึ่งทำงานที่ความถี่สั่นพ้องตอนแรก จะเท่ากับศูนย์โดยการกำหนดให้ระยะเคลื่อนที่สถิตย์ ( $\delta_s$ ) และความถี่ธรรมชาติของเครื่องจักรหรือระบบหลัก ( $\omega_1$ )

$$\delta_s = \frac{F_0}{k}, \quad \omega_1 = \left(\frac{k_1}{m_1}\right)^{1/2} \quad (2.49)$$

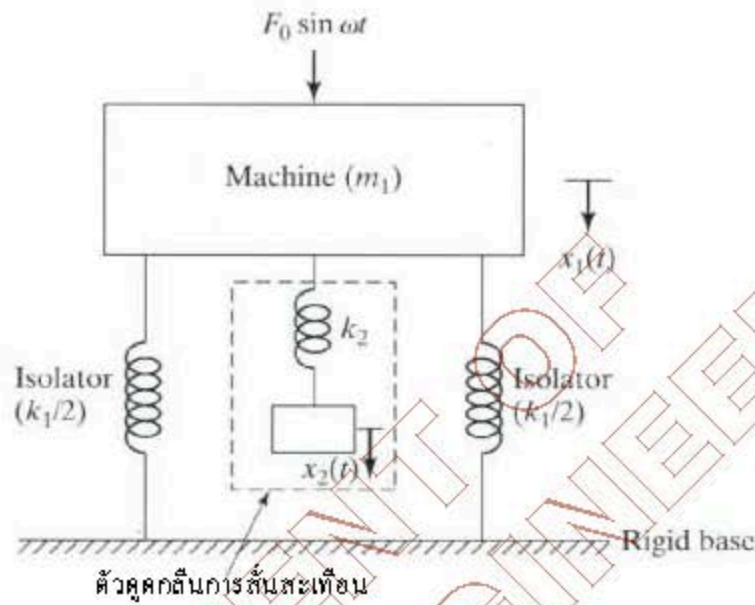
และ ความถี่ธรรมชาติของตัวตุกกลืนหรือระบบช่วย ( $\omega_2$ )

$$\omega_2 = \left(\frac{k_2}{m_2}\right)^{1/2} \quad (2.50)$$

สมการที่ (2.45) และ (2.46) เขียนใหม่ได้ดังนี้

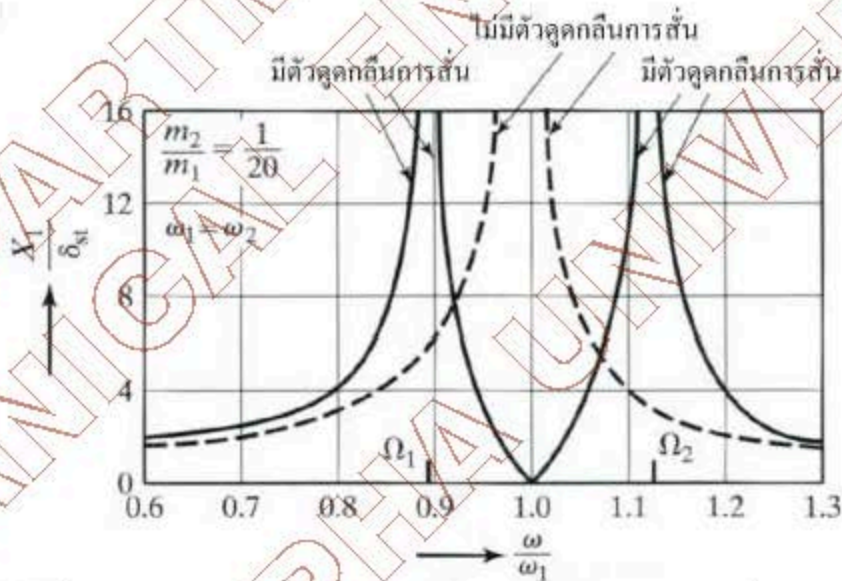
$$\frac{X_1}{\delta_s} = \frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2}{\left[1 + \frac{k_2}{k_1} - \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2\right] \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2\right] - \frac{k_2}{k_1}} \quad (2.51)$$

$$\frac{X_1}{\delta_s} = \frac{1}{\left[1 + \frac{k_2}{k_1} - \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2\right] \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2\right] - \frac{k_2}{k_1}} \quad (2.52)$$



ตัวตุกกลืนการสั่นสะเทือน

รูปที่ 2.16 การตุกกลืนการสั่นสะเทือน



รูปที่ 2.16 ผลของตัวตุกกลืนการสั่นสะเทือนต่อผลตอบสนองของเครื่องจักร

รูปที่ แสดงการแปรผันของแอมพลิจูดการสั่นสะเทือนของเครื่องจักร ( $X_1/\delta_{st}$ ) ต่อความเร็วรอบของเครื่องจักร ( $\omega/\omega_1$ ) มีจุดยอด 2 จุดที่ความถี่ธรรมชาติทั้งสองของระบบประกอบ เนื่องจาก  $X_1 = 0$  ที่  $\omega = \omega_1$  และที่ความถี่นี้ สมการที่

(2.52) จะให้

$$X_2 = -\frac{k_1}{k_2} \delta_{st} = -\frac{F_0}{k_2} \tag{2.53}$$



ซึ่งแสดงว่าแรงกระทำที่สปริงเสริมมีทิศตรงข้ามกับแรงกระทำ ( $k_2 X_2 = -F_0$  ดังนั้นต้องการลด  $X_1$  เป็นศูนย์ ขนาดของตัวดูดกลืนการสั่นหาได้จากสมการที่ (2.53) และ (2.48)

$$k_2 X_2 = m_2 \omega^2 X_2 = -F_0 \quad (2.54)$$

ดังนั้นค่าของ  $k_2$  และ  $m_2$  ขึ้นกับค่าที่ยอมได้ของ  $X_2$

จากรูปที่ จะเห็นว่าเมื่อขจัดการสั่นสะท้อนที่ความถี่แรงกดที่ทราบค่า ( $\omega$ ) ทำให้เกิดความถี่สั่นพ้องสองค่าคือ  $\Omega_1$  และ  $\Omega_2$  ที่จะทำให้แอมพลิจูดของเครื่องเป็นค่าอนันต์ ในทางปฏิบัติ ความถี่ปฏิบัติต้องห่างออกไปจาก  $\Omega_1$  และ  $\Omega_2$  ค่าของ  $\Omega_1$  และ  $\Omega_2$  หาได้จากกรให้ตัวส่วนในสมการที่ (2.51) เท่ากับศูนย์ โดยที่

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{k_2}{m_2} \frac{m_2}{m_1} \frac{m_1}{k_1} = \frac{m_2}{m_1} \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \quad (2.55)$$

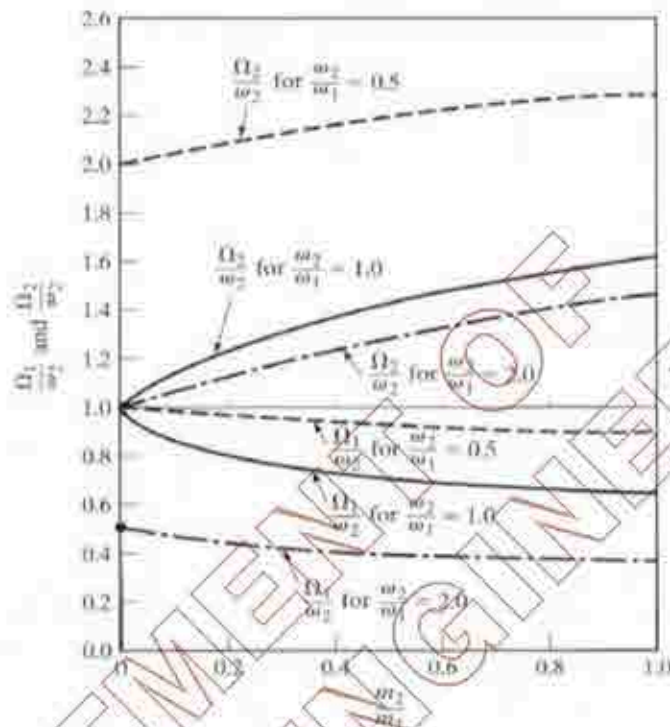
ด้วยการให้ตัวส่วนในสมการที่ (2.51) เท่ากับศูนย์ จะได้ว่า

$$\left( \frac{\omega}{\omega_2} \right)^4 \left( \frac{\omega}{\omega_1} \right)^2 - \left( \frac{\omega}{\omega_2} \right)^2 \left[ 1 + \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \right) \right] + 1 = 0 \quad (2.56)$$

คำตอบ 2 คำตอบสำหรับสมการนี้เป็นดังนี้

$$\left( \frac{\Omega_1}{\omega_2} \right)^2 = \frac{\left[ 1 + \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \right) \right] \pm \left\{ \left[ 1 + \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \right) \right]^2 - 4 \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \right\}^{1/2}}{2 \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2} \quad (2.57)$$

ซึ่งเป็นฟังก์ชันของ  $(m_2/m_1)$  และ  $(\omega_2/\omega_1)$



รูปที่ 2.17 ความแปรผันของ  $\Omega_1$  และ  $\Omega_2$

### 2.3.1 วิธีที่จะกำจัดหรือลดการสั่น

#### 1. ลดแหล่งกำเนิดการสั่น เช่น

- ทำสมดุลสำหรับความไม่สมดุลของมวลในการหมุน
- พยายามลดช่องว่างระหว่างลูกปืนกับจุดต่อ
- ลดการไหลแบบกระเจิงของลมเป็นต้น ซึ่งวิธีนี้ต้องมีความเข้าใจการออกแบบเครื่องจักร กลไกของเครื่องจักรและของไหลทางกล

#### 2. แก้ไขการออกแบบของระบบ เช่น

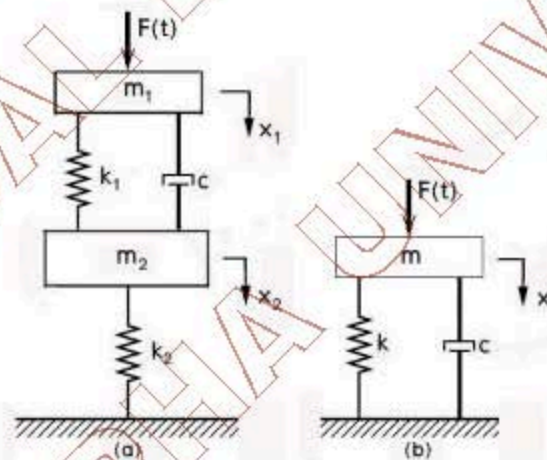
- เปลี่ยนความถี่ธรรมชาติของระบบ ทราบความถี่ของแรงที่กระทำ ซึ่งอาจจะเพิ่ม/ลด มวลของระบบ เพื่อเปลี่ยนความถี่ธรรมชาติของระบบ เป็นการหลีกเลี่ยงการสั่นพ้อง หรือการเพิ่มค่าความแข็งของสปริง จะทำให้ความถี่ธรรมชาติเพิ่มขึ้น
  - การลดพลังงานของการสั่นสะเทือน โดยการเพิ่มความหน่วงให้แก่ ระบบ
  - สร้างฉนวน(Isolator)กั้นการสั่นสะเทือนให้แก่แหล่งกำเนิดการสั่น ซึ่งเราจำเป็นต้องเลือกค่าความแข็งของสปริงและค่าคงที่ความหน่วงของฉนวนให้เหมาะสม
  - ใช้ตัวดูดซับการสั่น(Absorber)เพื่อลดการสั่นสะเทือน โดยการติดตั้งมวลและสปริงเพิ่มเติม
  - ใช้ระบบควบคุมการใช้งาน เช่น การปรับค่าโดยมีกระบอกลูกสูบไฮดรอลิกส์ หรือมอเตอร์ไฟฟ้าในการทำให้เกิดแรงไปต่อต้านแรงที่เกิดจากการสั่นที่ไม่พึงประสงค์ หรือสามารถปรับแต่งค่าความ



แข็งสปริง/ค่าคงที่ความหน่วงได้ เพื่อลดการสั่นของระบบ สำหรับระบบนี้จำเป็นต้องมี อุปกรณ์ วิศวกรรมการสั่น และตัวควบคุม

#### 2.4 การออกแบบฉนวนการสั่น (Isolator design)

ในการสั่นที่เกิดขึ้นส่วนมากอาจจะเป็นผลที่เกิดจากการทำงานของ เครื่องจักรนั่นเอง เช่นการบีบขึ้นรูปชิ้นงานซึ่งต้องใช้แรงกระทำที่มีกำลังมาก แรงดังกล่าวจะทำให้โครงสร้างและพื้น เสียหายได้ ถ้าระบบออกแบบไม่เหมาะสม หรือการสั่นที่ไม่สมดุลในการหมุนของเครื่องจักรหมุน เป็นต้น เราสามารถใส่ฉนวนการสั่นระหว่างโครงสร้างกับมวลที่ถูกแรงกระทำ ในหัวข้อนี้เราจะศึกษาวิธีการออกแบบฉนวนการสั่นสำหรับ ระบบที่มีการยึดฐานไว้กับที่(Fixed-base systems) และระบบที่มีฐานเคลื่อนที่ได้(Base motion systems) ซึ่งจะพิจารณาการเคลื่อนที่(การกระจัด ความเร็ว และความเร่ง) และการส่งผ่านแรงที่เกิดขึ้นมีมวลไม่สมดุล หรือเราเรียกว่า ฉนวนการกระจัด(Displacement isolation) และฉนวนแรง(Force isolation) การออกแบบฉนวนการสั่นให้มีประสิทธิภาพดีขึ้นอยู่กับลักษณะการสั่นตามสภาพธรรมชาติที่ทำงานปกติ



รูปที่ 2.18 แบบจำลองระบบฉนวนการสั่นแบบฐานยึดกับที่

##### 2.4.1 แบบจำลองระบบที่มีการยึดฐานไว้กับที่

รูปที่ 2.18 (a) แสดงมวลของเครื่องจักร( $m_1$ ) ที่ถูกแรง  $F(t)$  กระทำ ซึ่งมีลักษณะคล้ายกับเครื่อง drop forge, punch press หรือการหมุนที่ไม่สมดุล เป็นต้น ซึ่งเป็นระบบที่มีลำดับขั้นความอิสระเท่ากับสองฉนวน การสั่นนั้นประกอบด้วยสปริง( $k_1$ )และตัวหน่วง( $c$ ) สามารถทำให้การสั่นของมวล  $m_1$  ลดลงหรือแรงส่งผ่านไปยังฐาน( $m_2$ )ลดลง ส่วนสปริง  $k_2$ เป็นค่าความแข็งของสปริงของพื้นหรือโครงสร้างถ้ามวลฐาน



( $m_2$ ) มีขนาดใหญ่มากหรือค่าความแข็งของสปริงของ  $k_2$  มีค่ามากๆ ซึ่งอาจเป็นพื้นโครงสร้างคอนกรีต ดังนั้นสามารถประมาณได้เป็นระบบที่ชั้นลำดับความอิสระเท่ากับหนึ่งก็ได้ ดังแสดงในรูปที่ 2.18 (b) ฉนวนการสั่นสำหรับแรงกระทำแบบฮาร์โมนิกส์ พิจารณารูปที่ 2.18 (b) เราจะได้สมการการเคลื่อนที่ คือ

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \quad (2.58)$$

และแรงส่งผ่านไปยังฐาน คือ

$$F_T = c\dot{x} + kx \quad (2.59)$$

ดังนั้นเราจะได้ฟังก์ชันถ่ายโอน คือ

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k} \quad (2.60)$$

$$\frac{F_T(s)}{F(s)} = \frac{F_T(s)}{X(s)} \cdot \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{cs + k}{ms^2 + cs + k} \quad (2.61)$$

ฟังก์ชันถ่ายโอนความถี่ คือ

$$\frac{X(j\omega)}{F(j\omega)} = \frac{1}{k - m\omega^2 + j\omega c} \quad (2.62)$$

$$\frac{F_T(j\omega)}{F(j\omega)} = \frac{j\omega c + k}{k - m\omega^2 + j\omega c} \quad (2.63)$$

ดังนั้นอัตราส่วนขนาดการสั่น คือ

$$\frac{X}{F} = \frac{1}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} = \frac{1}{k} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \quad (2.64)$$

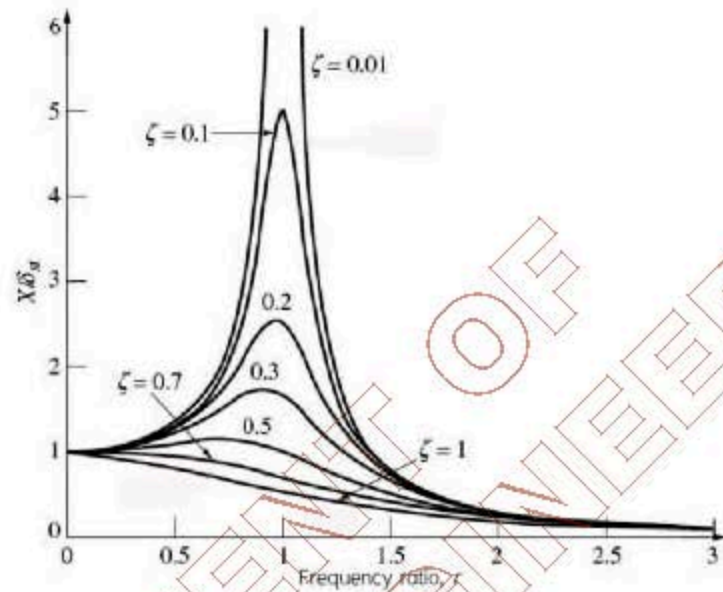
ซึ่งเราเรียกว่าความสามารถการส่งผ่านการกระจัด (Displacement transmissibility) และ

$$\frac{F_T}{F} = \sqrt{\frac{k^2 + (c\omega)^2}{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} = \sqrt{\frac{1 + (2\zeta r)^2}{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \quad (2.65)$$

ซึ่งเราเรียกว่าความสามารถการส่งผ่านแรง (Force transmissibility)

ความสัมพันธ์ความสามารถการส่งผ่านเหล่านี้ สามารถประยุกต์ใช้ กรณีที่แรงกระทำแบบฮาร์โมนิกส์ และเมื่อระยะยึด/หดตัวสถิตย์  $\delta_x = F/k$  เราสามารถจัดสมการ 2.64 ใหม่ ได้คือ

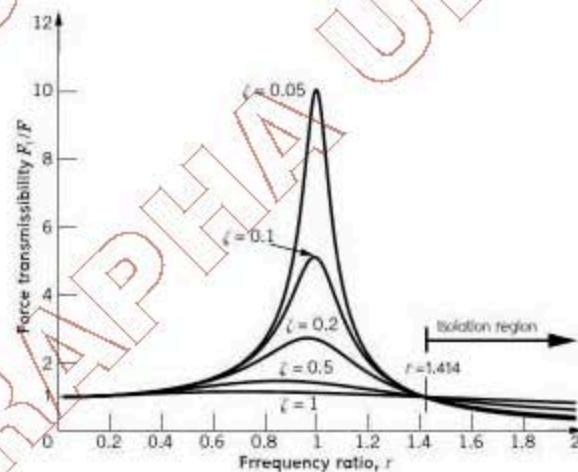
$$\frac{Xk}{F} = \frac{X}{\delta_x} = \frac{1}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \quad (2.66)$$



รูปที่ 2.19 กราฟแสดงการส่งผ่านการกระจัดกับอัตราส่วนความถี่

สมการ (2.86) สามารถแสดงกราฟความสัมพันธ์ระหว่างการส่งผ่านการกระจัดกับอัตราส่วนความถี่ ดังแสดง ในรูปที่ 2.19 ขนาดของแรงที่ส่งผ่านไปยังฐาน เราสามารถทำให้ลดลงได้โดยการลดความถี่ธรรมชาติของระบบ หรือลด อัตราส่วนความหน่วง เมื่อ  $r > 1.414$  แต่ต้องพึงระวังในช่วงเริ่มต้น

ซึ่งจะต้องเกิดการสั่นพ้องในช่วงความเร็วของ เครื่องจักร พ้องกับความถี่ธรรมชาติของระบบ ดังแสดงในรูปที่ 2.20



รูปที่ 2.20 การส่งผ่านแรงกับอัตราส่วนความถี่

สำหรับกรณีที่อัตราส่วนความถี่มากกว่าหนึ่งและอัตราส่วนความหน่วงมีค่าน้อย การส่งผ่านแรงที่เกิดขึ้นสามารถ ประมาณในรูปแบบใหม่ คือ



$$\frac{F_T}{F} = \frac{1}{r^2 - 1} \quad (2.67)$$

$$\text{เมื่อ } T_r = \frac{F_T}{F} \text{ เราจะได้} \quad r^2 = \frac{1 + T_r}{T_r} \quad (2.68)$$

สำหรับระบบที่เกิดการสั่นจากความไม่สมดุลในการหมุนนั้นเราจะได้ตั้งสมการ (2.69) เป็นสมการการเคลื่อนที่ คือ

$$M\ddot{x} + c\dot{x} + kx = me\omega_r^2 \sin \omega_r t \quad (2.69)$$

โดยที่  $\omega_r$  ความเร็วรอบของเครื่องจักร และผลเฉลยของสมการที่สถานะคงตัว จะได้ตั้งสมการ (2.70) คือ

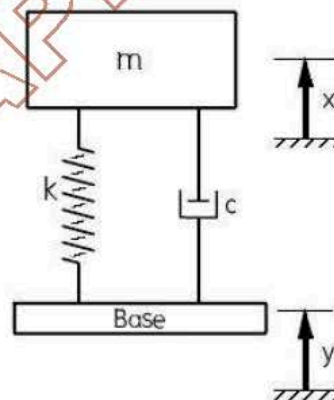
$$x(t) = X \sin(\omega_r t - \alpha) \quad (2.70)$$

$$\text{โดยที่ } r = \frac{\omega_r}{\omega_n} \text{ และ } X = \frac{me}{M} \frac{r^2}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}, \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{2\zeta r}{1-r^2}\right) \quad (2.71)$$

ในการออกแบบฉนวนการสั่นสำหรับระบบนี้เมื่อเพิ่มค่าอัตราส่วนความถี่ ( $r$ ) มีค่ามากๆ โดยการเพิ่มความเร็วยิ่งขึ้น ทิศทางของเครื่องจักรก็จะทำให้ขนาดของแรงที่กระทำมีค่าเพิ่มขึ้นเช่นกัน ดังนั้นการเพิ่มค่าอัตราส่วนความถี่ของระบบเป็นแนวทางหนึ่งที่สามารถลดขนาดการสั่นของระบบได้

#### 2.4.2 ฉนวนการสั่นกับฐานที่มีการเคลื่อนที่ (Isolation with base motion)

การสั่นฐาน (Base excitation) ซึ่งมีอินพุตคือการเคลื่อนที่ของฐาน บางครั้งต้องลดผลกระทบของการส่งผ่านแรงไปยังโครงสร้าง และบางครั้งจำเป็นต้องลดขนาดการสั่นที่เกิดขึ้น ดังนั้นฉนวนการสั่นสำหรับลดแรง (Force isolation) และฉนวนการสั่นสำหรับลดการสั่น (Displacement isolation) เป็นปัจจัยที่สำคัญในการออกแบบฉนวนการสั่น





## รูปที่ 2.21 การสั่นที่ฐาน

การเคลื่อนที่ของมวลที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของ  $y(t)$  ที่ฐาน ดังแสดงในรูปที่ 2.21 แรงส่งผ่านสปริงและตัวหน่วงไปสู่มวล คือ

$$F_T = c(\dot{y} - \dot{x}) + k(y - x) \quad (2.72)$$

และสมการการเคลื่อนที่ของระบบ คือ

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = c\dot{y} + ky \quad (2.73)$$

จะได้ความสามารถการส่งผ่านการกระจัด(Displacement transmissibility,  $T_d$ ) คือ

$$\frac{X}{Y} = T_d = \left[ \frac{1 + (2\zeta r)^2}{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2} \right]^{1/2} \quad (2.74)$$

ความสามารถการส่งผ่านแรง(Force transmissibility) สำหรับกรณีนี้คือ

$$\frac{F_T}{kY} = r^2 \left[ \frac{1 + (2\zeta r)^2}{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2} \right]^{1/2} \quad (2.75)$$

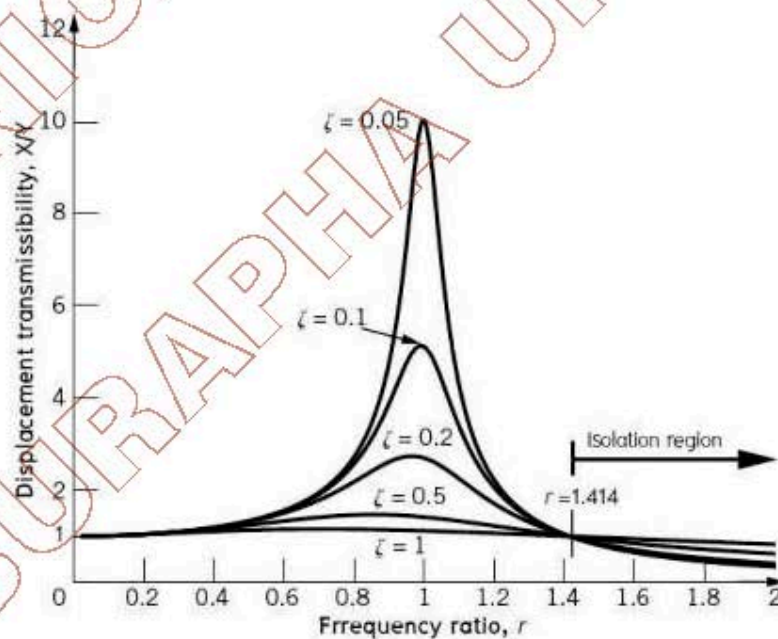
หรือ

$$\frac{F_T}{kY} = r^2 \frac{X}{Y} \quad (2.76)$$

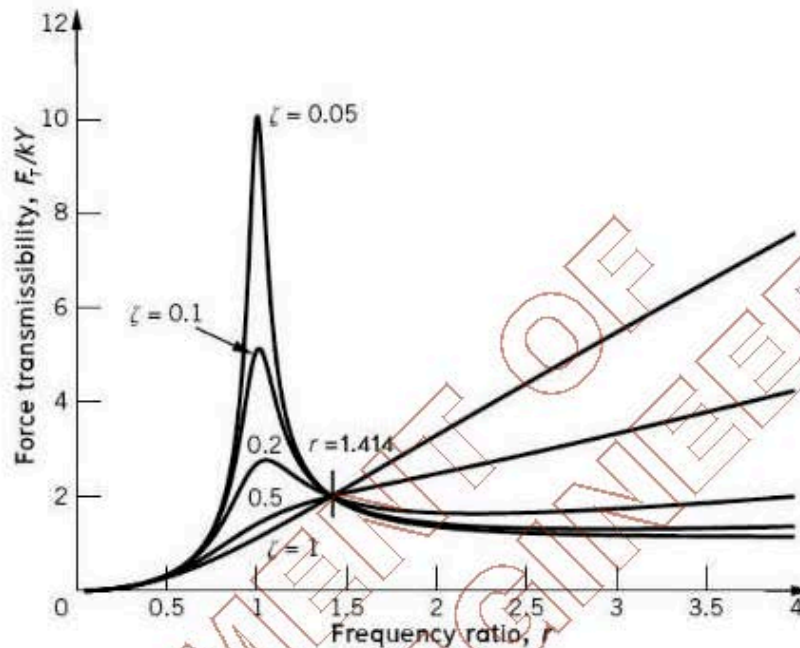
และ

$$F_T = r^2 kX \quad (2.77)$$

ความสัมพันธ์ของสมการ (2.77) สามารถวาดกราฟได้ดังรูปที่ 2.22 เมื่อค่าอัตราส่วนความถี่มีค่าใกล้เคียงกับหนึ่งระบบจะมีขนาดการสั่นที่มากหรือการสั่นพ้องเกิดขึ้น ส่วนค่าอัตราส่วนความถี่น้อยกว่าอัตราส่วนความถี่หนึ่งที่มีค่าน้อยกว่าให้ค่า  $T_d$  มีค่ามาก ในทางตรงกันข้าม ค่าอัตราส่วนความถี่มากกว่า 2 อัตราส่วนความถี่หนึ่งที่มีค่าน้อยจะทำให้ค่า  $T_d$  มีค่าน้อย



รูปที่ 2.22 การส่งผ่านการกระจัดสำหรับการสั่นที่ฐาน



รูปที่ 2.23 การส่งผ่านแรงสั่นสำหรับการสั่นที่ฐาน

ค่าอัตราส่วนความถี่ที่มากกว่า 1.414 และมีค่าอัตราส่วนความถี่ต่ำกว่าจะมีการส่งผ่านแรงที่น้อยกว่า ระบบที่มีค่าอัตราส่วนความถี่สูงจึงแสดงในรูปที่ 2.23

พิจารณาค่าความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนความถี่กับการส่งผ่านการกระจัด จากสมการ (2.78)

$$T_d^2 = \frac{1 + (2\zeta r)^2}{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2} \quad (2.78)$$

และจัดรูปใหม่ได้

$$T_d^2 r^4 + (4\zeta^2 T_d^2 - 2T_d^2 - 4\zeta^2) r^2 - 1 = 0 \quad (2.79)$$

เราสามารถหาผลเฉลยของสมการในรูป  $r^2$  โดยกาแทนค่า  $\zeta$  กับ  $T_d$

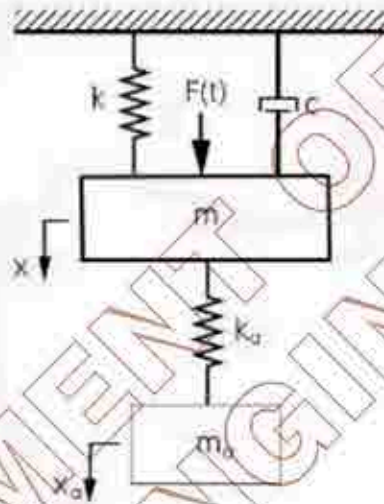
## 2.5 การออกแบบตัวดูดซับการสั่น (Vibration absorber design)

วิธีการป้องกันการสั่นที่เกิดขึ้นจากแรงที่กระทำแบบฮาร์โมนิกที่มีความถี่คงที่คือตัวดูดซับการสั่น (Vibration absorber) ซึ่งมี 2 ชนิด ตัวดูดซับการสั่นแบบไม่มีตัวหน่วง (Undamped vibration absorber) และตัวดูดซับการสั่นแบบมีตัวหน่วง (Damped vibration absorber) ทำการติดตั้งตัวดูดซับการสั่นเข้าระบบหลักเพื่อลดการสั่น ผลกระทบหลักของการติดตั้งเพิ่มเข้ากับระบบหลักจะทำให้ลำดับ ชั้นความ



อิสระหลักที่เท่ากับหนึ่งจะเป็นระบบใหม่ที่มีลำดับชั้นความอิสระเท่ากับสองและจะมีความถี่ธรรมชาติเท่ากับสอง ค่าของมวล ค่าความแข็งของสปริงและค่าคงที่ความหน่วงของตัวดูดซับการสั่นนั้นจะเลือก ให้มีค่าที่ทำให้การเคลื่อนที่ของมวลระบบหลักเกิดการสั่นน้อยที่สุด

การประยุกต์ ใช้ตัวดูดซับการสั่นส่วนมากจะใช้กับเครื่องจักรที่มีความเร็วรอบในการทำงานคงที่



รูปที่ 2.24 แบบจำลองกายภาพของตัวดูดซับการสั่นแบบไม่มีตัวหน่วง

ตัวดูดซับการสั่นแบบไม่มีตัวหน่วง รูปที่ 2.24 แสดงตัวดูดซับการสั่นแบบไม่มีตัวหน่วง ที่ประกอบด้วยมวล และสปริง สมการการเคลื่อนที่ในแนวตั้ง ( $c=0$ ) คือ

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{x}_a \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k+k_a & -k_a \\ -k_a & k_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ x_a \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F(t) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.80)$$

โดยที่ การเคลื่อนที่ของระบบหลัก, การเคลื่อนที่ของตัวดูดซับการสั่น, ค่าความแข็งของสปริงของระบบหลักและค่าความแข็งของสปริงของตัวดูดซับการสั่น เมื่อแรงที่กระทำเป็นแบบฮาร์มอนิกส์ สำหรับการออกแบบตัวดูดซับการสั่นแบบไม่มีตัวหน่วงนั้น มีวัตถุประสงค์ที่ต้องเลือกค่าของมวล และค่าความแข็งของสปริงของตัวดูดซับการสั่น ที่จะทำให้การเคลื่อนที่ของมวลระบบหลักเกิดขึ้นน้อยที่สุดเท่าที่จะทำได้ ที่สถานะคงตัว สมการ (2.80) เป็นระบบที่มีลำดับชั้นความอิสระเท่ากับสอง สามารถประยุกต์ใช้วิธีโมดอลในการหาผลเฉลยได้สำหรับการสั่นแบบบังคับ จะได้ผลเฉลยที่สถานะคงตัว

$$\begin{aligned} x(t) &= X \sin \omega t \\ x_a(t) &= X_a \sin \omega t \end{aligned} \quad (2.81)$$

โดยที่  $X$  -ขนาดการสั่นของระบบหลัก และ  $X_a$  - ขนาดการสั่นของตัวดูดซับการสั่น ดังนั้น สมการ (2.81) เราจะได้

$$\begin{bmatrix} k+k_a - m\omega^2 & -k_a \\ -k_a & k_a - m_a\omega^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X \\ X_a \end{Bmatrix} \sin \omega t = \begin{Bmatrix} F_0 \\ 0 \end{Bmatrix} \sin \omega t \quad (2.82)$$

เราจะได้อัตราการสั่นที่เกิดขึ้น ที่สถานะคงตัว คือ



$$X = \frac{(k_a - m_a \omega^2) F_0}{(k_1 + k_a - m_1 \omega^2)(k_a - m_a \omega^2) - k_a^2} \quad (2.83)$$

$$X_a = \frac{k_2 F_0}{(k_1 + k_a - m_1 \omega^2)(k_a - m_a \omega^2) - k_a^2} \quad (2.84)$$

สมการ (2.83) ขนาดการสั่นของระบบหลักที่สถานะคงตัว (X) ที่สถานะคงตัวจะเท่ากับศูนย์ได้ เมื่อ  $k_a - m_a \omega^2 = 0$  สามารถใช้เงื่อนไขนี้ในการออกแบบตัวดูดซับแบบไม่มีความหน่วง ดังนั้นเราจะ

$$\omega^2 = \frac{k_a}{m_a} \quad (2.85)$$

ถ้าเราเลือกค่าคงที่ของสปริงและมวลของตัวดูดซับแบบไม่มีความหน่วงโดยใช้เงื่อนไขสมการ (2.85) มวลของระบบหลักจะไม่มี การเคลื่อนที่ ส่วนการเคลื่อนที่ของมวลตัวดูดซับที่สถานะคงตัวสามารถหาได้จากสมการ (2.84) และสมการ (2.85) คือ

$$x_a(t) = \frac{F_0}{k_a} \sin \omega t \quad (2.90)$$

ดังนั้นมวลตัวดูดซับการสั่นจะเคลื่อนที่แกว่งที่ความถี่เดียวกับความถี่ของแรงที่กระทำด้วยขนาดการสั่น  $X_a = \frac{F_0}{k_a}$  ในการออกแบบตัวดูดซับการสั่นให้สามารถดูดซับการสั่นได้ดี จำเป็นต้องทราบความถี่ของแรงที่กระทำหรือประมาณในช่วงความถี่ที่มีค่าคงที่ ถ้าความถี่ของแรงกระทำมีการเปลี่ยนแปลงจะทำให้ประสิทธิภาพการทำงานของตัวดูดซับน้อยลงได้ และมวลของระบบหลักก็จะเกิดการสั่น

การหลีกเลี่ยงปัญหาของการสั่นพ้องในการออกแบบตัวดูดซับการสั่นในกรณีที่ความถี่ของแรงที่กระทำ เปลี่ยนแปลงโดยการพิจารณาอัตราส่วนมวล  $\mu = m_a/m$  และความถี่ธรรมชาติต่างๆ เช่น

$$\omega_p = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ ความถี่ธรรมชาติของระบบหลักที่ยังไม่ได้ติดตั้งตัวดูดซับการสั่น}$$

$$\omega_a = \sqrt{\frac{k_a}{m_a}} \text{ ความถี่ธรรมชาติของตัวดูดซับการสั่นที่ติดตั้งกับระบบหลัก}$$

และอัตราส่วนระหว่างค่าความแข็งของสปริงของตัวดูดซับการสั่นกับค่าความแข็งของสปริงของระบบหลัก

$$\frac{k_a}{k} = \mu \left( \frac{\omega_a}{\omega_p} \right)^2 = \mu \beta^2 \quad (2.91)$$

โดยที่อัตราส่วนความถี่  $\beta = \omega_c / \omega_p$  แทนค่าต่างๆ ที่กล่าวมาแล้วลงในสมการ (2.83)

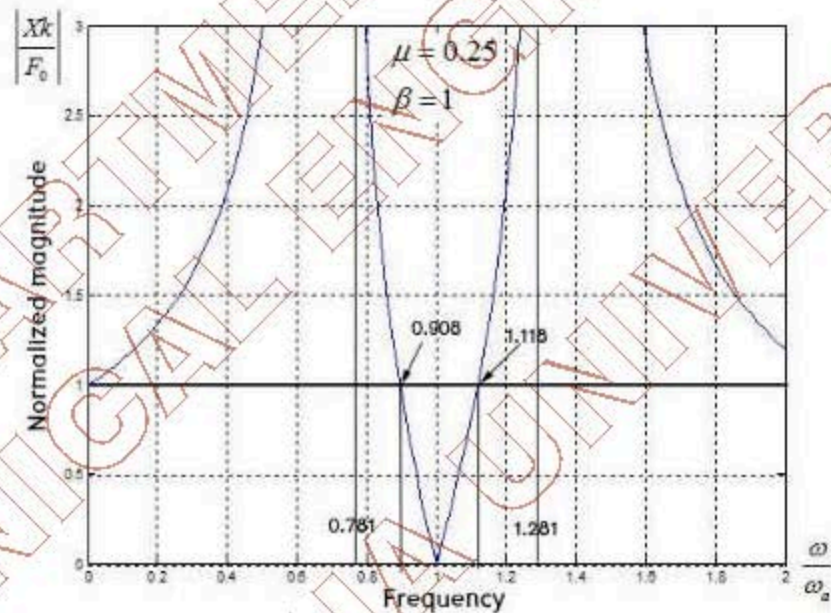
สำหรับขนาดการสั่นของมวล ระบบหลักจะได้ คือ

$$\frac{Xk}{F_0} = \frac{1 - (\omega/\omega_a)^2}{[1 + \mu(\omega_a/\omega_p)^2 - (\omega/\omega_p)^2][1 - (\omega/\omega_a)^2] - \mu(\omega_a/\omega_p)^2} \quad (2.92)$$

ค่าสัมบูรณ์ของขนาดการสั่นในสมการ (2.92) กับความถี่ ดังแสดงในรูปที่ 2.25 โดยกรณีนี้มีค่า  $\mu = 0.25$  และ  $\beta = 1$  กราฟนี้ เราสามารถพิจารณาถึงประสิทธิภาพของตัวดูดซับการสั่นกับการเปลี่ยนแปลงความถี่ของแรงที่กระทำ เช่น ช่วงความถี่ของตัวดูดซับการสั่นอยู่ระหว่าง  $0.908\omega_2$  ถึง  $1.118\omega_2 \text{ rad/sec}$  หรือช่วงที่ขนาดการสั่นของระบบหลัก

$\left| \frac{Xk}{F_0} \right| \leq 1$  ถ้าความถี่ของแรงที่กระทำเปลี่ยนแปลงนอกช่วงที่กล่าวมาแล้ว ระบบจะมีขนาดการสั่นที่เกิดขึ้นจะมีขนาด

$\left| \frac{Xk}{F_0} \right| > 1$  และอาจเกิดการสั่นพ้องได้ที่ความถี่  $0.781, 1.281 \text{ rad/sec}$  ด้วยเหตุนี้เองการเปลี่ยนแปลงความถี่ของแรงกระทำในช่วงการออกแบบตัวดูดซับการสั่น  $0.908\omega_2 < \omega < 1.118\omega_2$  จะสามารถลดการสั่นของมวลระบบหลักได้ที่ สถานะคงตัว



รูปที่ 2.25 ขนาดการสั่นของระบบหลักกับความถี่

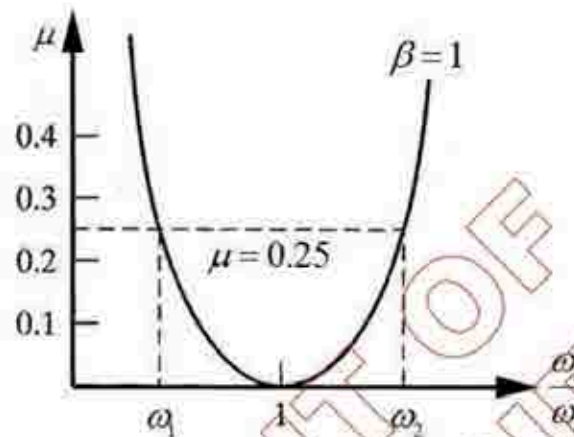
ในการออกแบบตัวดูดซับการสั่นสามารถพิจารณาค่าอัตราส่วนมวล  $\mu$  และอัตราส่วนความถี่  $\beta$  ซึ่งทั้งสองตัวแปรนี้ นำไปหาค่ามวลและค่าความแข็งของสปริงของตัวดูดซับการสั่นได้ สมการ (2.82) แสดงในรูปสมการเมตริกซ์โดยตัวส่วนของสมการจะเท่ากับศูนย์ และแทน  $\omega$  ด้วยความถี่ธรรมชาติของระบบ  $\omega_x$  จัดรูปสมการใหม่ พร้อมแทนด้วย  $\beta$  เราจะได้

$$\beta^2 \left( \frac{\omega_x^2}{\omega_2^2} \right)^2 - [1 + \beta^2(1 + \mu)] \left( \frac{\omega_x^2}{\omega_2^2} \right) + 1 = 0 \quad (2.93)$$

และผลเฉลยของสมการ จะได้

$$\left( \frac{\omega_x}{\omega_2} \right)^2 = \frac{1 + \beta^2(1 + \mu)}{2\beta^2} \pm \frac{1}{2\beta^2 \sqrt{\beta^4(1 + \mu)^2 - 2\beta^2(1 - \mu) + 1}} \quad (2.94)$$





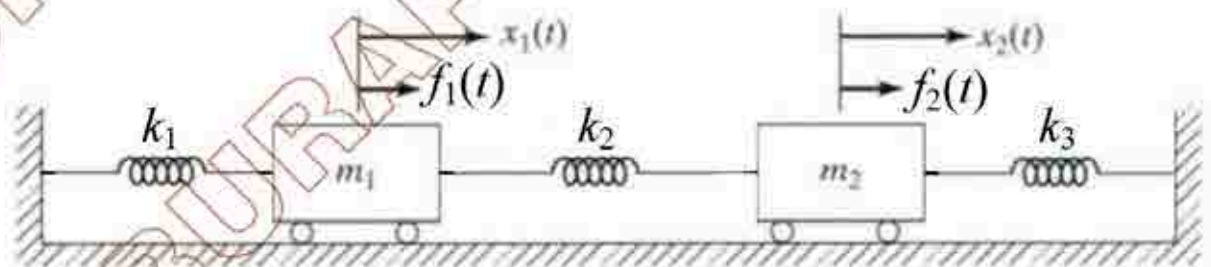
รูปที่ 2.26 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนมวลกับความถี่ธรรมชาติของระบบ

รูปที่ 2.26 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนมวลกับความถี่ธรรมชาติของระบบ สำหรับกรณี  
ที่ 1 เราพบว่า การเพิ่มค่าอัตราส่วนมวลจะทำให้ช่วงความถี่ธรรมชาติที่หนึ่งกับที่สองห่างกันมากขึ้น ซึ่งทำให้  
ช่วงการทำงานของตัวดูดซับการสั่นเพิ่มขึ้นเช่นกัน ดังนั้นค่ามวลของตัวดูดซับการสั่นมีค่าน้อยมาก  
เมื่อติดตั้งกับระบบหลักจะไม่ทนทาน จะมีการสั่นมากในเวลาที่ก่อนที่จะถึงความถี่ที่กระทำ ส่วนมากค่า  
 $\mu$  ควรจะอยู่ระหว่าง 0.05 ถึง 0.25 และสำหรับค่า  $\mu$  ที่มีค่ามากจะเป็นการออกแบบที่ไม่ดี ตัวดูดซับ  
การสั่นที่มีขนาดใหญ่จะทำให้เกิดการล้า ถ้าการเคลื่อนที่ของมวลตัวดูดซับการสั่นมีขนาดใหญ่ ด้วยเหตุนี้  
ควรกำหนดขนาดการสั่นสูงสุดของมวลตัวดูดซับการสั่นในการออกแบบ

## 2.6 การวิเคราะห์การสั่นสะเทือนแบบบังคับ

ระบบที่มี 2 DOF ถูกกระทำโดยแรงภายนอก  $f_1(t) = F_1 \cos(\omega t)$  และ  $f_2(t) = F_2 \cos(\omega t)$  ดังรูป  
จะได้ Equations of motion จะเป็นดังนี้

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 + k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \end{bmatrix} \quad (2.95)$$



รูปที่ 2.27 การสั่นสะเทือนแบบบังคับของระบบที่มีสององศาอิสระ Error! Reference source not found.]



หากให้สมการเคลื่อนที่ของระบบการสั่นสะเทือนแบบบังคับที่มีสององศาอิสระเขียนอยู่ทั่วไปดังนี้

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{12} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{12} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \end{Bmatrix} \quad (2.96)$$

สมมติว่าผลตอบสนองของมวล  $m_1$  และ  $m_2$  ต่อแรงฮาร์โมนิกดังกล่าวเป็นดังนี้

$$x_1(t) = X_1 \cos(\omega t)$$

$$x_2(t) = X_2 \cos(\omega t)$$

แทน  $x_1(t)$  และ  $x_2(t)$  และแทนค่า  $f_1(t) = F_1 \cos(\omega t)$  และ  $f_2(t) = F_2 \cos(\omega t)$  ในสมการ (2.95) จะได้

$$\begin{bmatrix} k_{11} - m_{11}\omega^2 & k_{12} - m_{12}\omega^2 \\ k_{12} - m_{12}\omega^2 & k_{22} - m_{22}\omega^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} \quad (2.97)$$

หรือ

$$[Z(\omega)]\{X\} = \{F\} \quad (2.98)$$

โดย

$$[Z(\omega)] = \begin{bmatrix} k_{11} - m_{11}\omega^2 & k_{12} - m_{12}\omega^2 \\ k_{12} - m_{12}\omega^2 & k_{22} - m_{22}\omega^2 \end{bmatrix} \quad (2.99)$$

ซึ่งจะได้ว่า

$$[Z(\omega)]^{-1} = \frac{\text{adj}[Z(\omega)]}{\det[Z(\omega)]} = \frac{\begin{bmatrix} z_{22}(\omega) & -z_{12}(\omega) \\ -z_{12}(\omega) & z_{11}(\omega) \end{bmatrix}}{\det[Z(\omega)]}$$

และแอมพลิจูดของมวล  $m_1$  และ  $m_2$  หาได้จาก

$$X_1(\omega) = \frac{z_{22}(\omega)F_1 - z_{12}(\omega)F_2}{z_{11}(\omega)z_{22}(\omega) - z_{12}(\omega)z_{21}(\omega)} \quad (2.100)$$

$$X_2(\omega) = \frac{-z_{21}(\omega)F_1 + z_{11}(\omega)F_2}{z_{11}(\omega)z_{22}(\omega) - z_{12}(\omega)z_{21}(\omega)} \quad (2.101)$$

## 2.7 โหลดเซลล์ (Load cells)



รูปที่ 2.28 โหลดเซลล์

โหลดเซลล์ คือ เซนเซอร์ที่สามารถแปลงค่าแรงกด หรือแรงดึง เป็นสัญญาณทางไฟฟ้าได้ เหมาะสำหรับการทดสอบคุณสมบัติทางกลของชิ้นงาน (Mechanical Properties of Parts) โหลดเซลล์ ถูกนำไปใช้ในอุตสาหกรรมหลากหลายประเภท ได้แก่ การชั่งน้ำหนัก การทดสอบแรงกดของชิ้นงาน การทดสอบความแข็งแรงของชิ้นงาน การทดสอบการเข้ารูปชิ้นงาน(Press fit) ใช้สำหรับงานทางด้านวัสดุ โลหะ ทดสอบโลหะ ชิ้นส่วนรถยนต์ วิศวกรรมโยธา ทดสอบคอนกรีต ทดสอบไม้

#### คุณสมบัติ

- Load cells สำหรับการใช้งานแบบกด
- ข่ายนการวัดตั้งแต่ 50 ถึง 1,000 กิโลกรัม
- ระดับความเที่ยงตรง 0.2%
- วัสดุที่ใช้ผลิตเป็นสแตนเลสทั้งหมด
- แข็งแรงทนทาน ป้องกันการกัดกร่อนได้ดี
- ระดับการป้องกัน IP 67 (DIN 40050)
- ป้องกันน้ำและฝุ่นละออง
- ขนาดของ CU อัดแน่น ทนทาน
- ขนาดเล็กกะทัดรัด

CU เป็นโหลดเซลล์ที่ถูกออกแบบมาเพื่อใช้งานวัดแบบกด โครงสร้างผลิตจากสแตนเลสขึ้นเดียว ไม่มีการเชื่อมต่อ มีความทนทานต่อความชื้นและเงื่อนไขของเครื่องจักร ขนาดที่เล็กกะทัดรัดทำให้ง่ายต่อการติดตั้งตามารถติดตั้งในพื้นที่ที่จำกัดได้

### บทที่ 3

#### การพัฒนาและปรับปรุงเครื่องแยกการสั่นสะเทือน

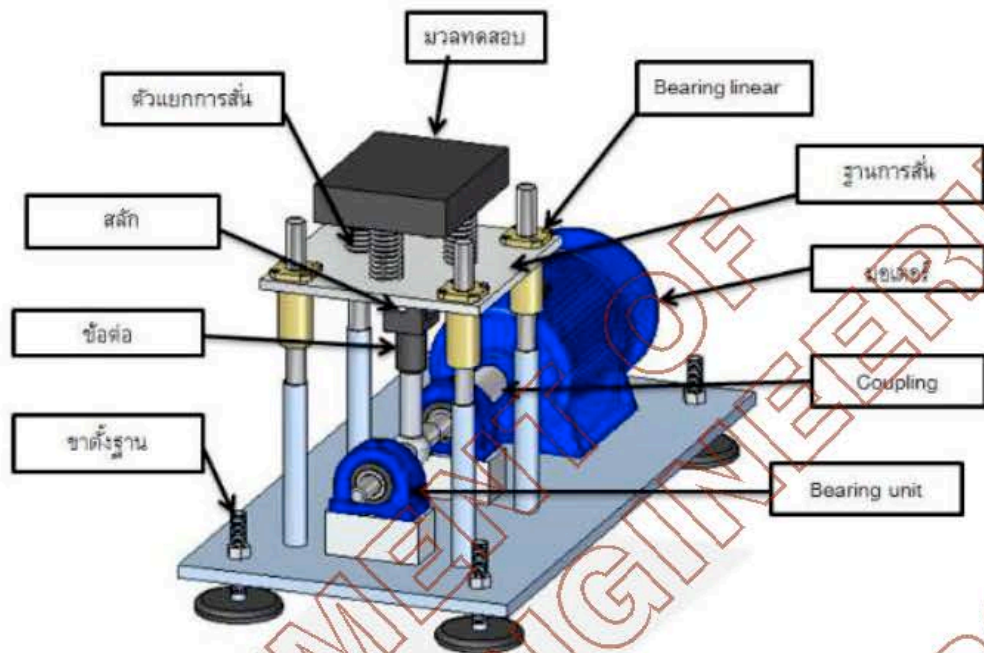
##### 3.1 แผนภาพชุดทดสอบเครื่องตัวแยกการสั่นสะเทือน

จากการศึกษาเครื่องแยกการสั่นสะเทือนพบว่าหากต้องการออกแบบการลดการสั่นของเครื่องทดสอบการสั่นสะเทือน จะต้องออกแบบให้อุปกรณ์มีส่วนประกอบต่างๆดังนี้

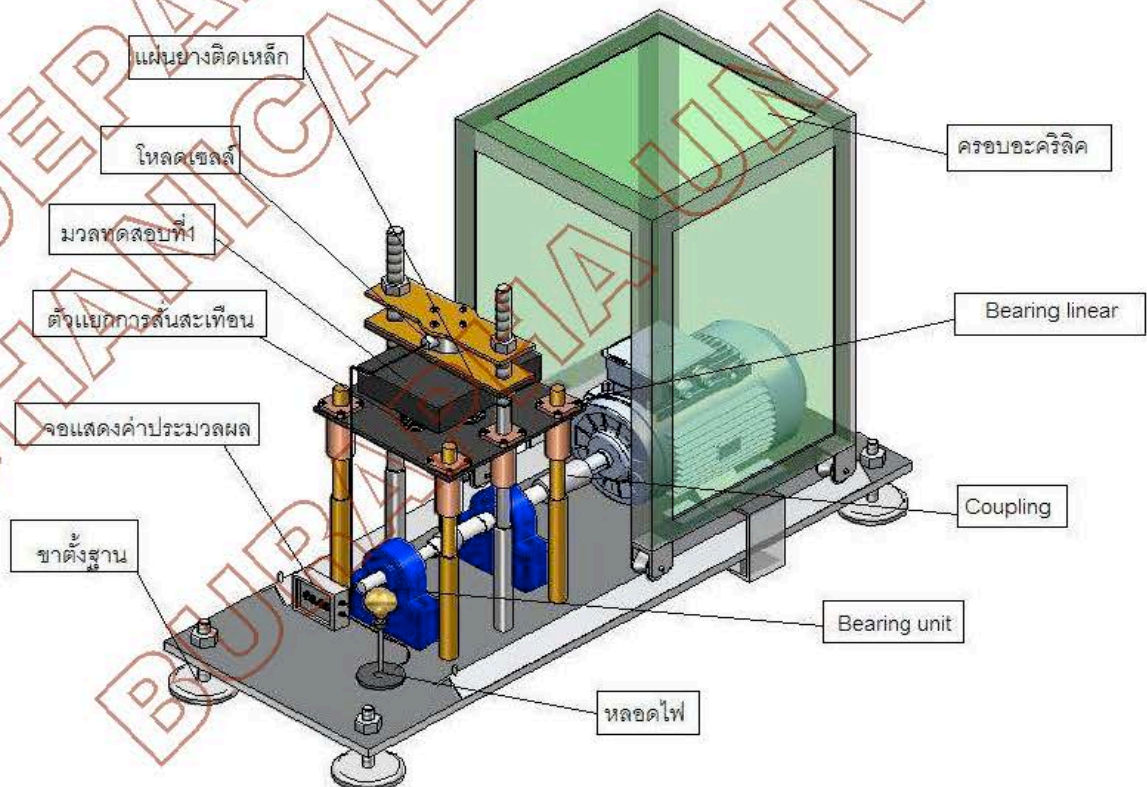
##### 3.1.1 เครื่องแยกการสั่นสะเทือนแบบ 1 องศาอิสระ

จากการศึกษาเกี่ยวกับเครื่องแยกการสั่นสะเทือนพบว่ายังมีข้อควรปรับปรุงเห็นได้จากรูปที่ 3.1 เมื่อเปิดสวิตช์ให้มอเตอร์ทำงานในช่วงความถี่ที่ 10-50 Hz จะทำให้เพลลาที่มีลักษณะเยื้องศูนย์กลางขนาด 1 mm ที่ต่อมาจากแกนมอเตอร์หมุนส่งผลให้ข้อต่อและฐานการสั่นเกิดการเคลื่อนที่ในลักษณะขึ้น-ลง ซึ่งเรานำมวลทดสอบและตัวแยกการสั่นมาติดที่ฐาน เมื่อเกิดความถี่ที่เรโซแนนซ์ (Resonance) สูงเกินความต้องการจับควบคุมไม่ได้ มวลทดสอบอาจเกิดการกระเด็นหลุด ซึ่งเป็นอันตรายอย่างมากแก่ผู้ทดสอบ รูปที่ 3.2 จึงทำการติดตั้งแผ่นกันพร้อมชุดไหลลดเซลล์ ซึ่งเป็นเซนเซอร์ที่สามารถแปลงค่าแรงกด หรือแรงดึง เป็นสัญญาณทางไฟฟ้าได้ เหมาะสำหรับการทดสอบคุณสมบัติทางกลของชิ้นงาน เมื่อฐานการสั่นเกินความถี่ที่ตั้งไว้เซนเซอร์จะเตือนเป็นสัญญาณไฟ จะไม่นำความถี่ที่เกินนี้มาคิด และมวลจะขึ้นไปชนอย่างทำให้การสั่นลดลง



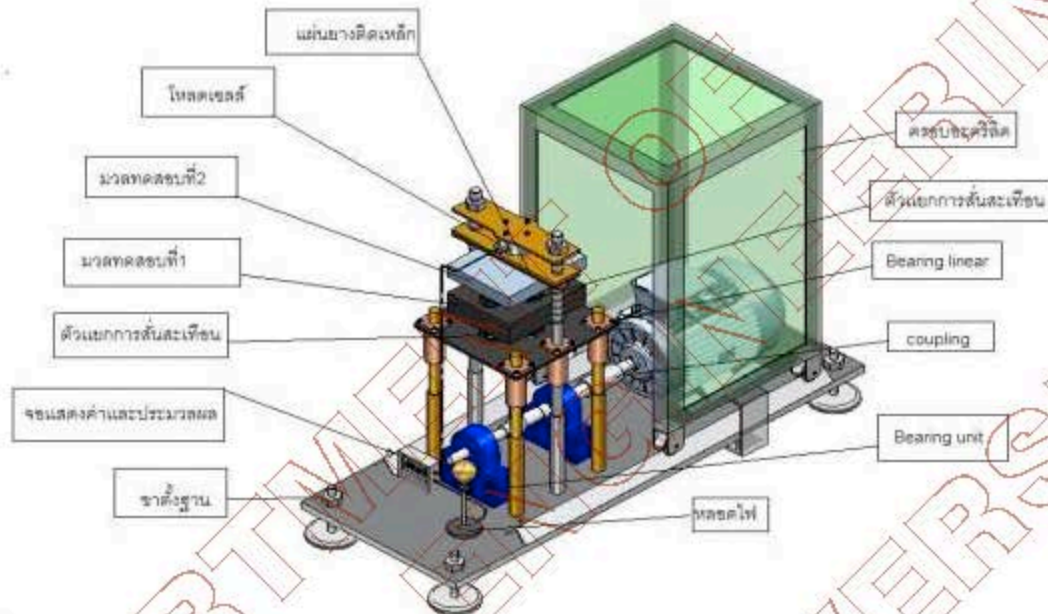


รูปที่ 3.1 ภาพเครื่องทดสอบตัวแยกการสั่นสะเทือนแบบ 1 องศาอิสระ



### รูปที่ 3.2 ภาพการปรับปรุงชุดจำลองการแยกการสั่นสะเทือนแบบ 1 องศาอิสระ

#### 3.1.2 เครื่องแยกการสั่นสะเทือนแบบ 2 องศาอิสระและแบบ Isolator



รูปที่ 3.3 เครื่องแยกการสั่นสะเทือนแบบ 2 องศาอิสระและแบบ Isolator

การออกแบบอุปกรณ์ต้องคำนึงถึงความแข็งแรงของโครงสร้างต่างๆที่ต้องรับภาระตั้งนั้นจะต้องทราบแรงที่กระทำกับชิ้นส่วนต่างๆก่อนแล้วนำไปคำนวณหาขนาดของชิ้นส่วนในลำดับต่อไปโดยในการออกแบบมีรายละเอียดต่างๆ ดังต่อไปนี้

#### การคำนวณหาขนาดกำลังของมอเตอร์

มอเตอร์เป็นอุปกรณ์ที่เปลี่ยนพลังงานไฟฟ้าให้เป็นพลังงานกลในรูปแบบแรงหมุนการคำนวณต้องคำนึงถึงการสั่นก่อนซึ่งช่วงความถี่ของการสั่นอยู่ในช่วงไม่เกิน 50 Hz

ดังนั้น

$$\omega = 2\pi f_{\max} = 314.16 \text{ rad/s} \\ = 3000 \text{ RPM}$$

สามารถหาลำดับของมอเตอร์ได้จาก

$$P = T\omega \quad (3.1)$$

โดย T คือแรงบิดที่หมดเปลืองกำลัง หาได้จาก  $T = F \times r$

ซึ่ง r คือระยะที่ตั้งฉากกับแรง เท่ากับรัศมีเพลาวงระยะเยื้องศูนย์กลาง  $10+1=11 \text{ mm}$

จะได้  $T = 70 \times 11 = 770 \text{ N.mm}$

แทนค่าต่างๆในสมการ(3.1)ดังนั้นจะได้กำลังมอเตอร์เท่ากับ



$$P = 770 \times 314.16 = 241903.2 \text{ N.mm/s}$$

$$= 241.9 \text{ W}$$

ซึ่ง 1HP มีค่าเท่ากับ 746 W ดังนั้น ถ้าใช้มอเตอร์ ½ HP จะมีกำลังเท่ากับ ½ x 746 = 373 W  
 ดังนั้นสรุปได้ว่ากำลังที่ได้จากการคำนวณนั้นมีค่าน้อยกว่ากำลังที่ได้จากมอเตอร์ ½ HP จึงเลือกใช้  
 มอเตอร์ขนาดนี้ได้ (Pคำนวณ < Pมอเตอร์ 1/2 HP)

### 3.2 การคำนวณหาความถี่ธรรมชาติแบบ 1 องศาอิสระ

#### 3.2.1 การหาค่าอัตราส่วนความถี่

เมื่อ  $r$  เป็นอัตราส่วนความถี่โดย  $T_c$  เมื่อเทียบกับอัตราส่วนความถี่  $r$  เพื่อให้ให้การแยกการ  
 สั่นสะเทือนแรงส่งผ่านต้องน้อยกว่าแรงกระตุ้นภายนอก ความถี่ของแรงกระตุ้นต้องมากกว่า  $\sqrt{2}$  เท่าของ  
 ความถี่ธรรมชาติของระบบเพื่อให้ได้มาซึ่งการแยกการสั่นสะเทือน

โดย  $Z = \frac{X}{Y}$  แทนระบะการเคลื่อนที่ของมวลสัมพันธ์กับฐาน = 3 จากการอ่านกราฟรูปที่ (2.14)  $T_c$  และ

$\zeta$  เทียบอัตราส่วนความถี่  $r$  และอัตราส่วนของความหน่วง

ซึ่ง  $\zeta$  คือ Damping Ratios ของยาง = 0.05

แทนค่าต่าง ๆ ในสมการ (2.48) ดังนั้นจะได้

$$3^2 > \frac{1 + (2 \times 0.05 \times r)^2}{(1 - r^2) + (2 \times 0.05 \times r)^2}$$

$$9 > \frac{1 + 0.01r^2}{(r^4 - 2r^2 + 1) + (0.01r^2)}$$

$$9(r^4 - 1.99r^2 + 1) > 1 + 0.01r^2$$

$$9r^4 - 17.91r^2 + 9 > 1 + 0.01r^2$$

$$9r^4 - 17.91r^2 + 8 > 0.01r^2$$

$$9r^4 - 17.91r^2 + 8 - 0.01r^2 > 0$$

$$x = r^2$$

$$x^2 = r^4$$

$$9x^2 - 17.92r^2 + 8 > 0$$



$$x^2 - 1.9911x + 0.889 > 0$$

$$(x - 1.3152)(x - 0.6758) > 0$$

$$x > 1.3152, x > 0.6758$$



$$x < 0.6758, x > 1.3152$$

$$r < 0.8221, r > 1.1468$$

ดังนั้น

### 3.2.2 การหาค่า $k_r$ ของยาง

ค่า  $k_s$  แต่ละชุดที่ใช้ มีค่านิจของสปริงได้ค่าดังนี้ 11,976.84 , 28,673.84 , 39,525.70 , 53,691.28 , 95,831.34 N/m ตามลำดับ

โดยที่ ความถี่ธรรมชาติของระบบการสั่นสะเทือนนี้  $\omega_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_s}{m}}$

หาความถี่  $\omega$  และ  $\omega_n$  (ใหม่) จาก  $r = \frac{\omega}{\omega_n}$

หาค่านิจของยาง  $k_r$  จาก  $\omega_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_s + k_r}{m}}$  จะได้ค่าดังแสดงในตารางที่ 3.1

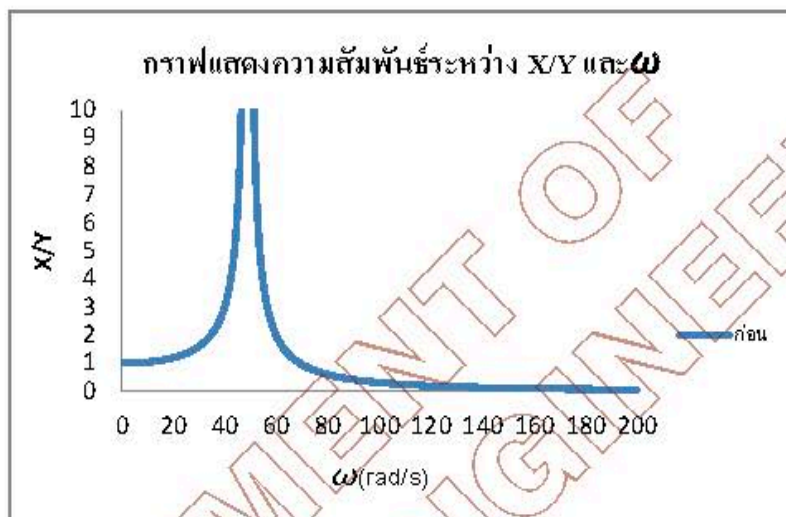
### 3.1 ตารางสรุปการคำนวณหาค่า $k_r$

$k_s$ (N/m)	$\omega_n$ (เกา)	$\omega$ (Hz) ( $r=0.8221$ )	$\omega$ (Hz) ( $r=1.1468$ )	$\omega_n$ (ใหม่)	$k_r$ (N/m)
11976.84	7.781857	6.39746464	8.92423361	10.85541	11283.83
28673.84	12.04079	9.89873503	13.80838016	16.79647	27014.69
39525.7	14.13683	11.6218845	16.21211185	19.72036	37238.62
53691.28	16.47646	13.5453007	18.89520836	22.98408	50583.90
95831.34	22.01232	18.0963318	25.24373351	30.7064	90286.30

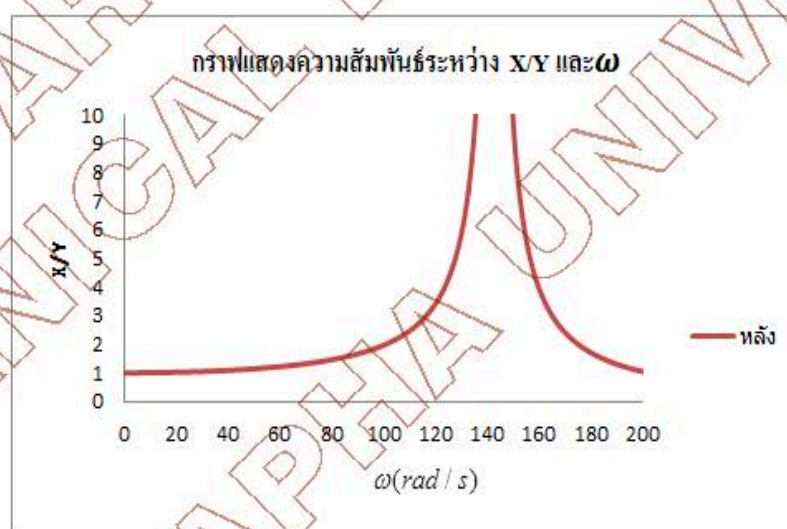
### 3.2.3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง X/Y และ $\omega$ ของ $k_s$ แต่ละชุด

1) ใช้ค่านิจของยางชุดที่ 1  $k_s = 11976.84 \text{ N/m}$

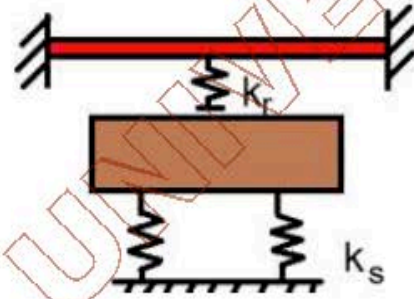
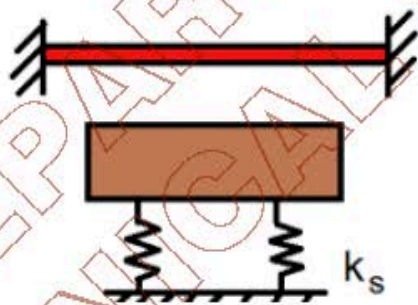
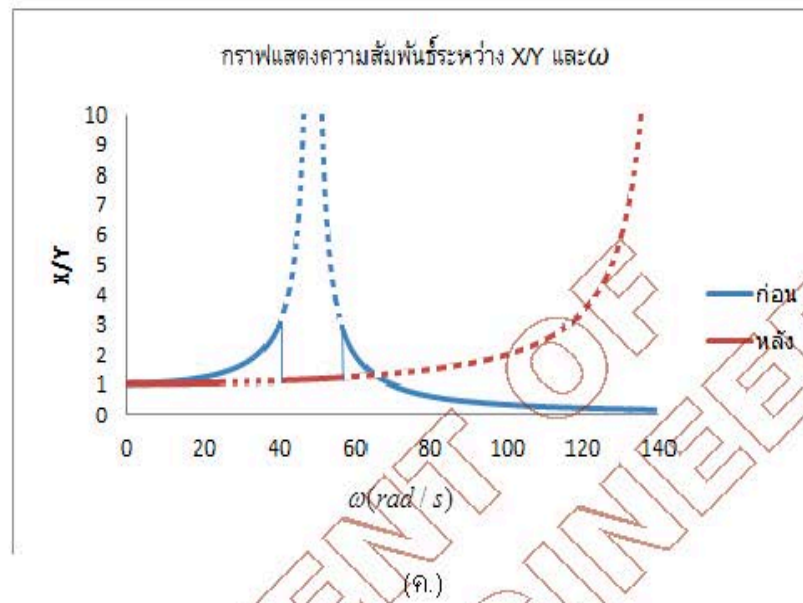
รูปที่ 3.4 (ก) แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $X/Y$  และ  $\omega$  ก่อนเติม  $k$ , และรูปที่ 3.4 (ข) แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $X/Y$  และ  $\omega$  หลังการเติม  $k$ , โดยเลือกใช้  $k$ , ที่มีค่านิจสูงที่สุดคือ  $k_c = 90286.3 \text{ N/m}$  จากตารางที่ 3.1



รูปที่ 3.4 (ก.)



(ข.)

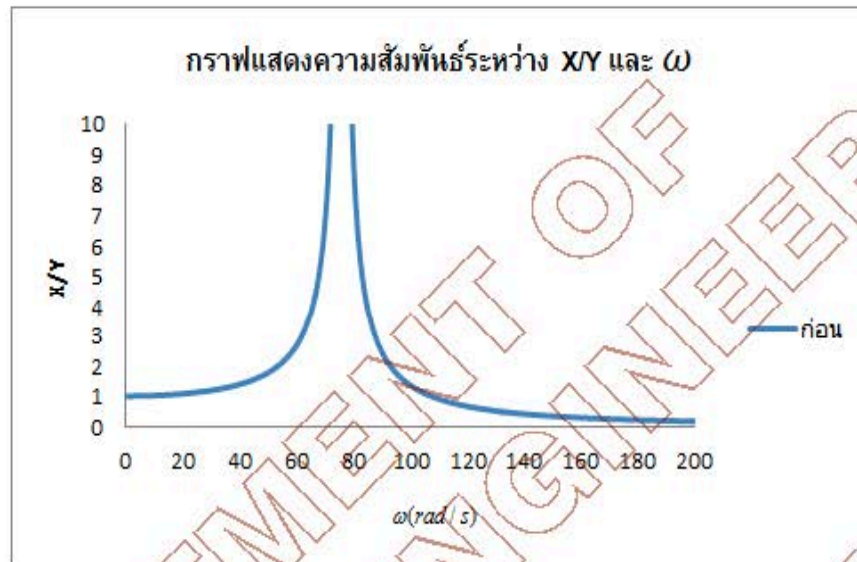


เมื่อมวลเกิดการสั่นโดยมีเงื่อนไขที่  $x/y = 3$  ตามการคำนวณ ดังรูป 3.4 (ง.) ก่อนเติม  $k_r$  กราฟจะเป็นดังรูป 3.4 (ก.) เกิด ช่วง resonance ที่  $\omega$  ระหว่าง 40.193 – 50.071 rad/s เมื่อมวลรับพลังงานสูงสุด จะสั่นขึ้นไประณผ่านยางที่กั้นไว้ ดังรูป 3.4 (จ.) จะได้กราฟดังรูปที่ 3.4 (ข.) หลังเติม  $k_r$  และเมื่อนำกราฟทั้งสองมาตัดกัน จะเป็นดังรูป 3.4 (ค.) ผ่านยางเกิดการดูดซับแรงกระแทก เนื่องจากค่า  $k_r$  นั้นมีช่วง resonance อยู่ไกลออกไป ทำให้การสั่นลดลง

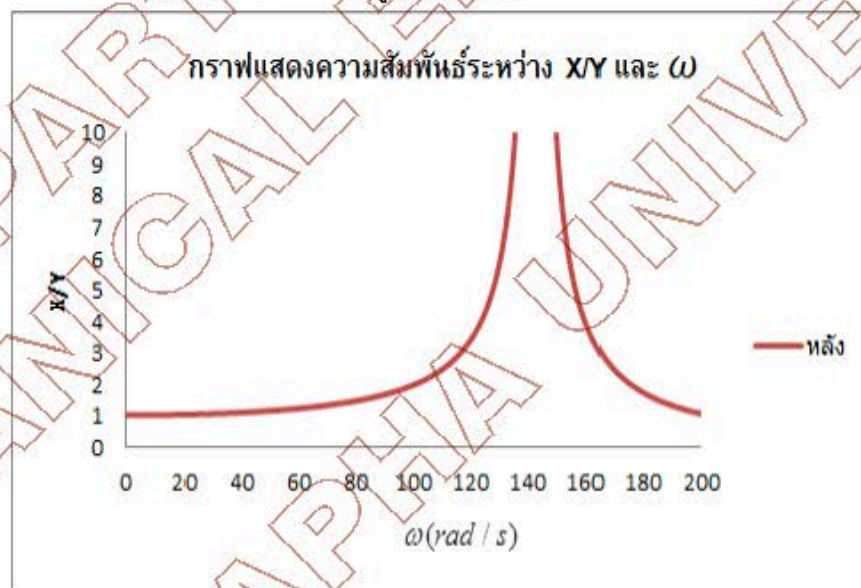
2) ใช้ค่านิจของยางชุดที่ 2  $k_r = 28673.84 \text{ N/m}$



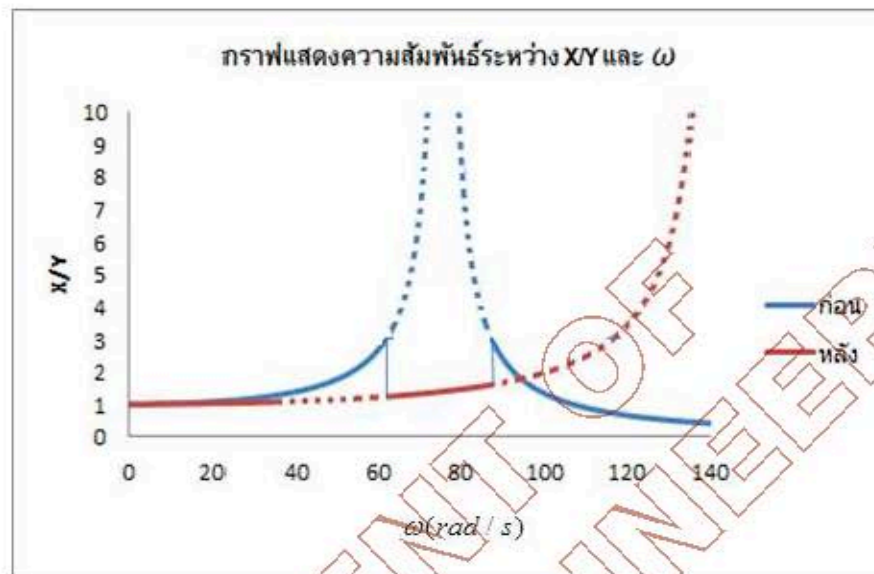
รูปที่ 3.5 (ก) แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $X/Y$  และ  $\omega$  ก่อนเติม  $k_c$  และรูปที่ 3.5(ข) แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $X/Y$  และ  $\omega$  หลังการเติม  $k_c$  โดยเลือกใช้  $k_c$  ที่มีค่าวิกฤตที่สุดคือ  $k_{c,c} = 90286.3 \text{ N/m}$  จากตารางที่ 3.1



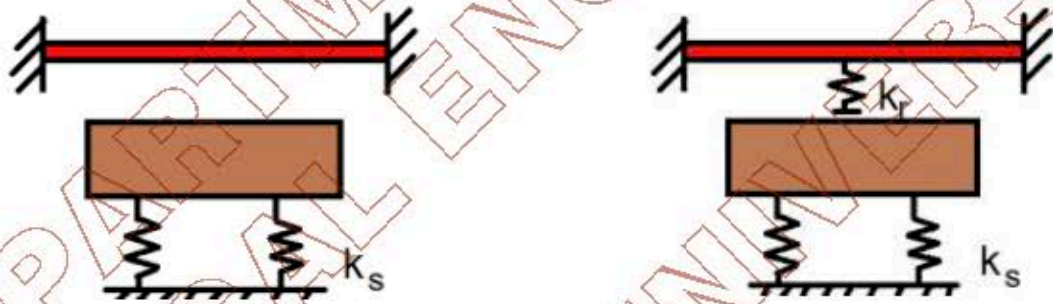
รูปที่ 3.5(ก.)



(ข.)



(ค.)



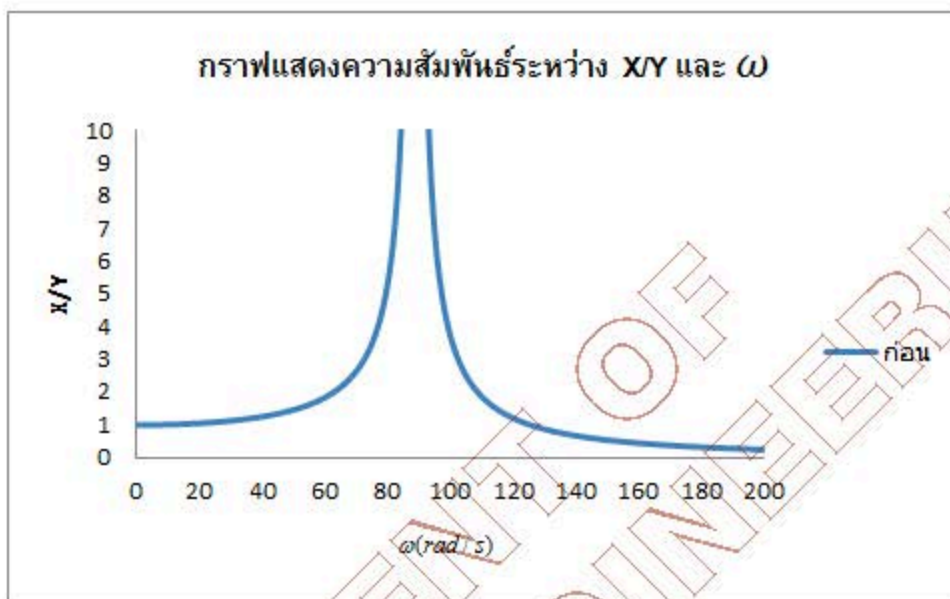
(ง.)

(จ.)

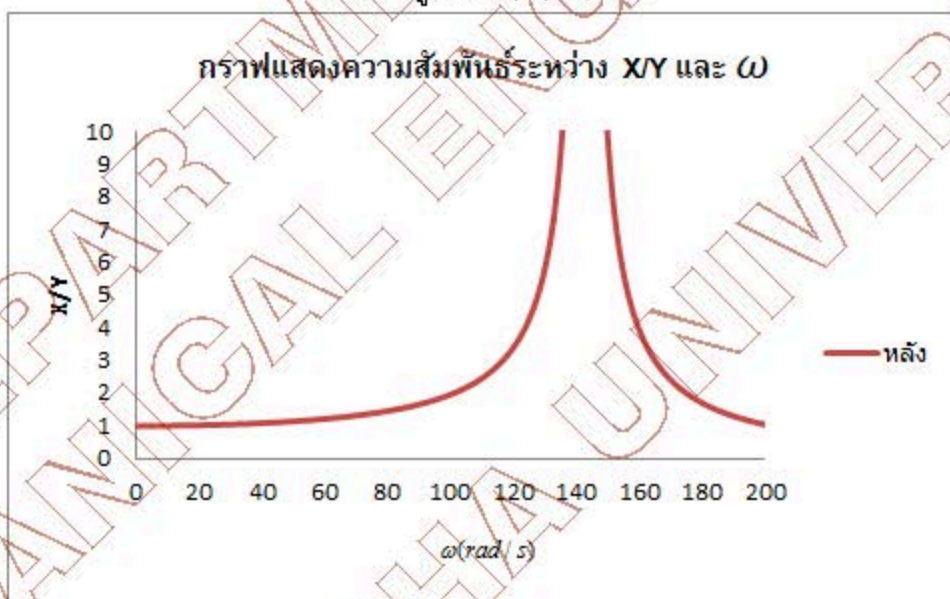
เมื่อมวลเกิดการสั่นโดยมีเงื่อนไขที่  $x/y = 3$  ตามการคำนวณ ดังรูป 3.5 (ง.) ก่อนเติม  $k_r$  กราฟจะเป็นดังรูป 3.5 (ค.) เกิด ช่วง resonance ที่  $\omega$  ระหว่าง 62.190-86.758 rad/s เมื่อมวลรับพลังงานสูงสุดจะสั่นขึ้นไปชนแผ่นยางที่กั้นไว้ ดังรูป 3.5(จ.)จะได้กราฟดังรูปที่ 3.5(ข.) หลังเติม  $k_r$  และเมื่อนำกราฟทั้งสองมาตัดกัน จะเป็นดังรูป 3.5 (ค.) แผ่นยางเกิดการดูดซับแรงกระแทก เนื่องจากค่า  $k_r$  นั้นมีช่วง resonance อยู่ไกลออกไป ทำให้การสั่นลดลง

3) ใช้ค่า নিজของยางชุดที่ 3  $k_r = 39525.7 \text{ N/m}$

รูปที่ 3.6 (ก) แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $X/Y$  และ  $\omega$  ก่อนเติม  $k_r$  และรูปที่ 3.6 (ข) แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $X/Y$  และ  $\omega$  หลังการเติม  $k_r$  โดยเลือกใช้  $k_r$  ที่มีค่า নিজสูงที่สุดคือ  $k_r = 90286.3 \text{ N/m}$  จากตารางที่ 3.1

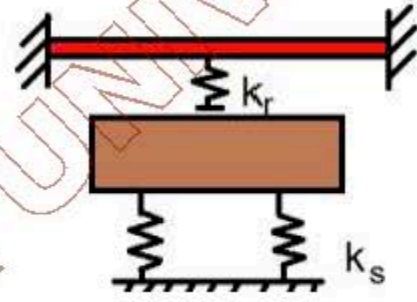
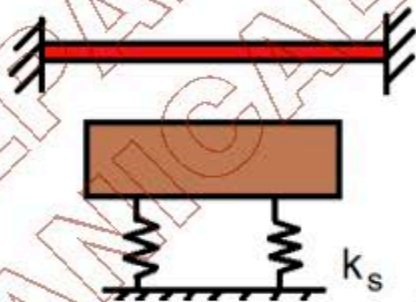
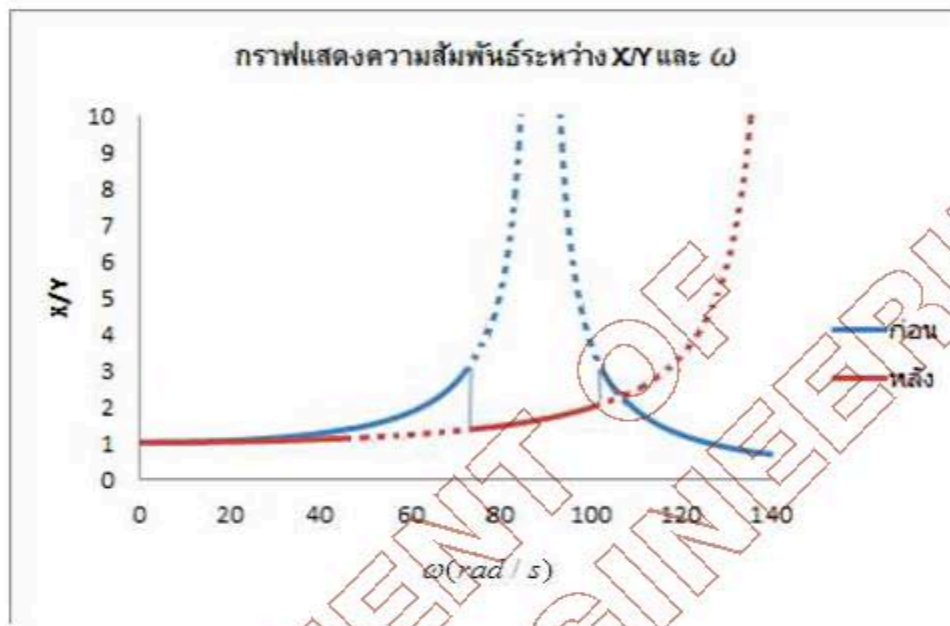


รูปที่ 3.8(ก.)



(ข.)

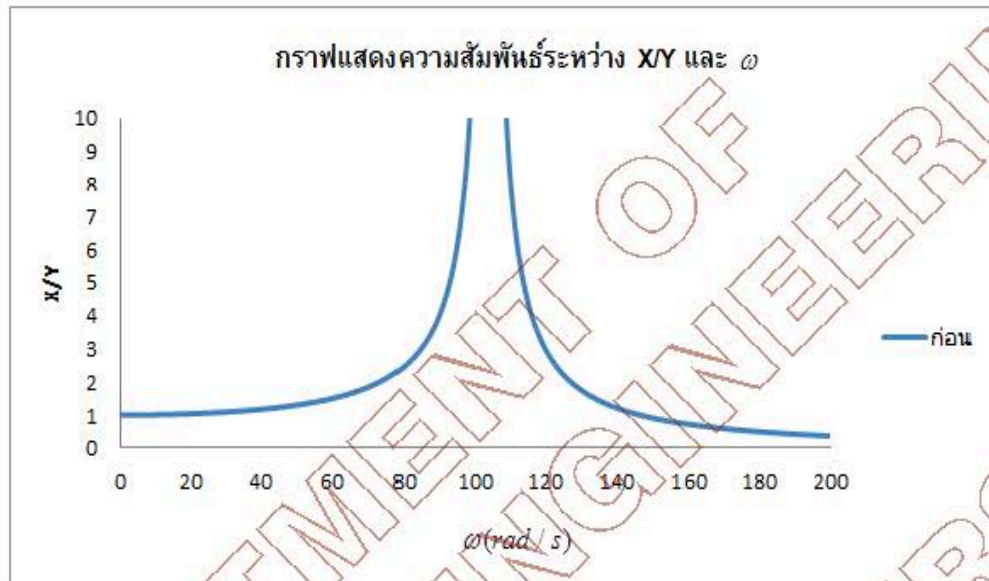




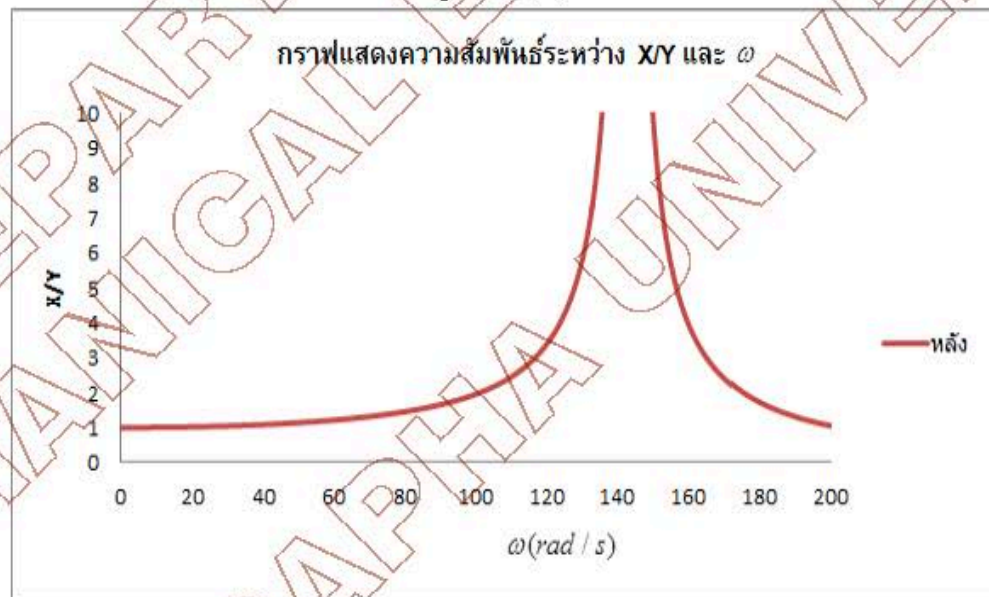
เมื่อมวลเกิดการสั่นโดยมีเงื่อนไขที่  $x/y = 3$  ตามการคำนวณ ดังรูป 3.6 (ง.) ก่อนเติม  $k_r$  กราฟจะเป็นดังรูป 3.6 (ก.) เกิด ช่วง resonance ที่  $\omega$  ระหว่าง 73.021-101.863 rad/s เมื่อมวลรับพลังงานสูงสุด จะสั่นขึ้นไปชนแผ่นยางที่กั้นไว้ ดังรูป 3.6(จ.)จะได้กราฟดังรูปที่ 3.6(ข.) หลังเติม  $k_r$  และเมื่อนำกราฟทั้งสองมาตัดกัน จะเป็นดังรูป 3.6 (ค.) แผ่นยางเกิดการดูดซับแรงกระแทก เนื่องจากค่า  $k_r$  นั้นมีช่วง resonance อยู่ไกลออกไป ทำให้การสั่นลดลง

4) ใช้ค่า নিজของยางชุดที่ 4  $k_s = 53691.28 \text{ N/m}$

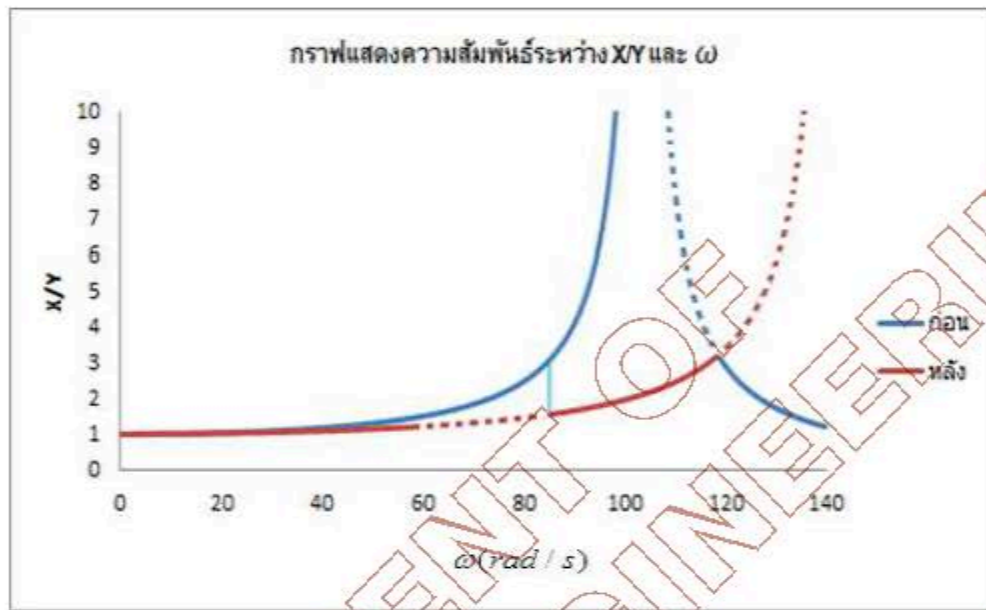
รูปที่ 3.7 (ก) แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $X/Y$  และ  $\omega$  ก่อนเติม  $k_c$  และรูปที่ 3.7(ข) แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $X/Y$  และ  $\omega$  หลังการเติม  $k_c$  โดยเลือกใช้  $k_c$  ที่มีค่าวิกฤตที่สุดคือ  $k_c = 90286.3 \text{ N/m}$  จากตารางที่ 3.1



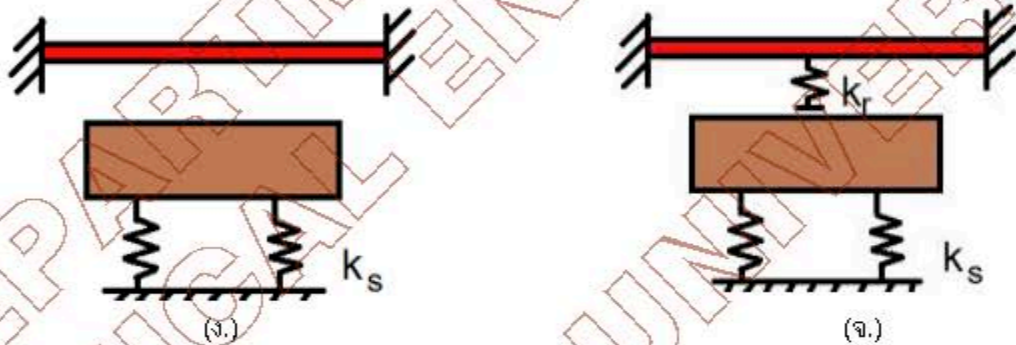
รูปที่ 3.7(ก.)



(ข.)



(ค)

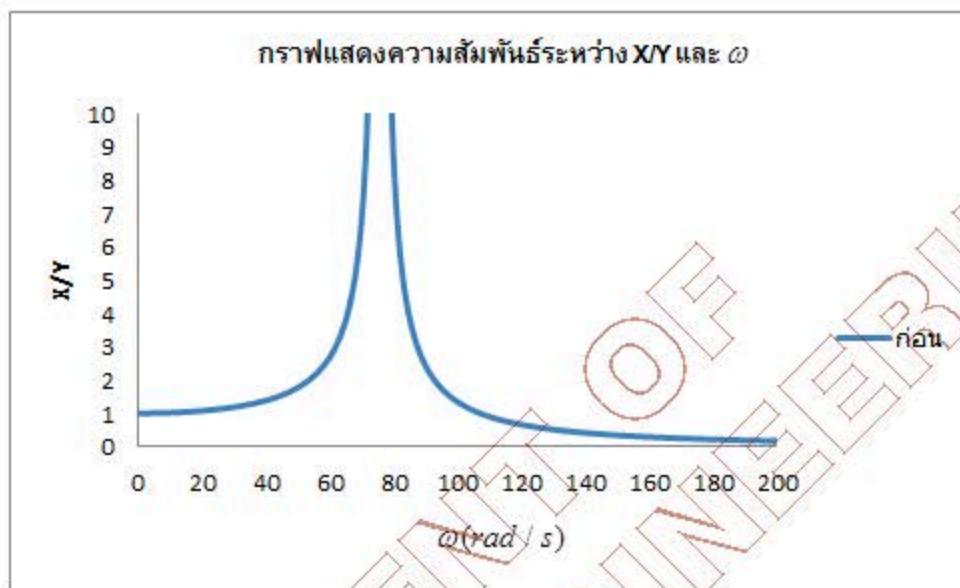


เมื่อมวลเกิดการสั่นโดยมีเงื่อนไขที่  $x/y = 3$  ตามการคำนวณ ดังรูป 3.7 (ง.) ก่อนเติม  $k_r$  กราฟจะเป็นดังรูป 3.7 (ก.) เกิด ช่วง resonance ที่  $\omega$  ระหว่าง 84.910-118.720 rad/s เมื่อมวลรับพลังงานสูงสุด จะสั่นขึ้นไปชนแผ่นยางที่กั้นไว้ ดังรูป 3.7(ข.) จะได้กราฟดังรูปที่ 3.7(ข.) หลังเติม  $k_r$  และเมื่อนำกราฟทั้งสองมาตัดกัน จะเป็นดังรูป 3.7 (ค.) แผ่นยางเกิดการดูดซับแรงกระแทก เนื่องจากค่า  $k_r$  นั้นมีช่วง resonance อยู่ไกลออกไป ทำให้การสั่นลดลง

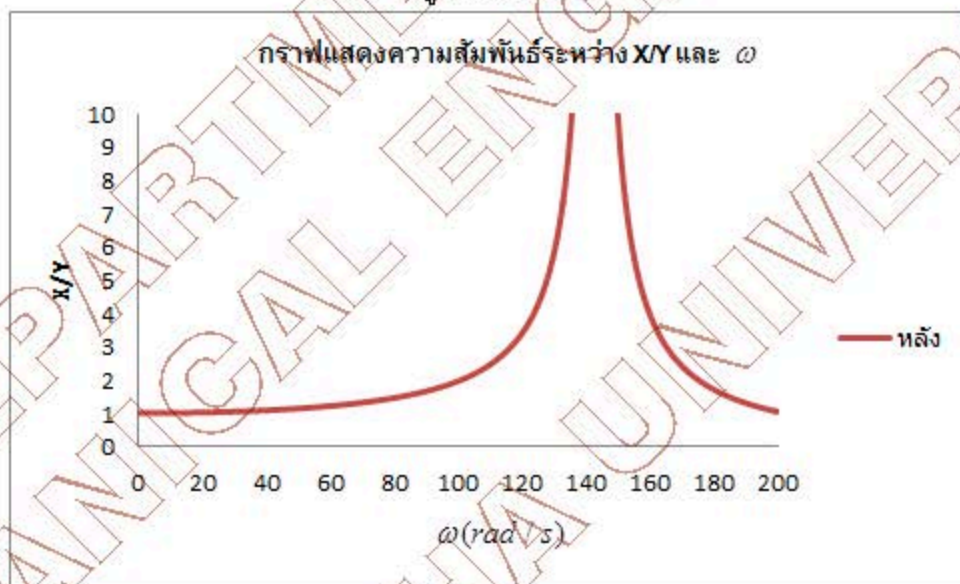
5) ใช้ค่านิจของยางชุดที่ 5  $k_s = 95831.34 \text{ N/m}$

รูปที่ 3.8 (ก) แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $X/Y$  และ  $\omega$  ก่อนเติม  $k_r$  และรูปที่ 3.7(ข) แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $X/Y$  และ  $\omega$  หลังการเติม  $k_r$  โดยเลือกใช้  $k_r$  ที่มีค่านิจสูงสุดคือ  $k_r = 90286.3 \text{ N/m}$  จากตารางที่ 3.1

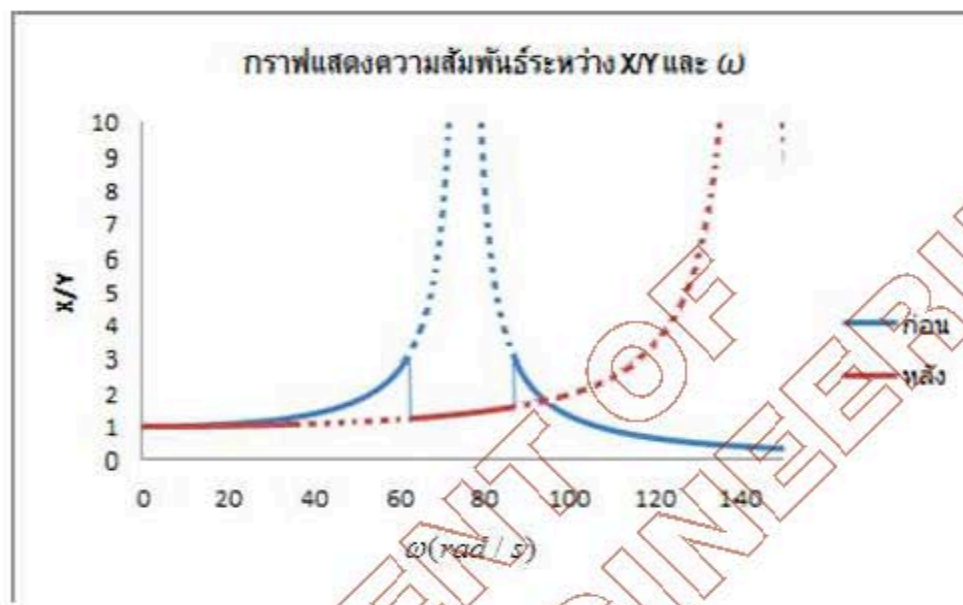




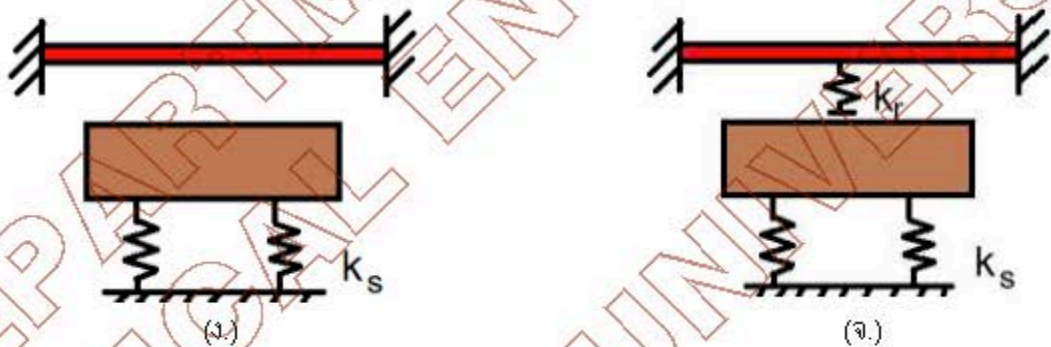
รูปที่ 3.8(ก.)



(ข.)



(ค.)



(ง.)

(จ.)

เมื่อมวลเกิดการสั่นโดยมีเงื่อนไขที่  $x/y = 3$  ตามการคำนวณ ดังรูป 3.8 (ง.) ก่อนเติม  $k_r$  กราฟจะเป็นดังรูป 3.8 (ก.) เกิด ช่วง resonance ที่  $\omega$  ระหว่าง 113.7005-158.810 rad/s เมื่อมวลรับพลังงานสูงสุด จะสั่นขึ้นไปชนแผ่นยางที่กั้นไว้ ดังรูป 3.8(จ.) จะได้กราฟดังรูปที่ 3.8(ข.) หลังเติม  $k_r$  และเมื่อนำกราฟทั้งสองมาตัดกัน จะเป็นดังรูป 3.8 (ค.) แผ่นยางเกิดการดูดซับแรงกระแทก เนื่องจากค่า  $k_r$  นั้นมีช่วง resonance อยู่ไกลออกไป ทำให้การสั่นลดลง

### 3.3 การคำนวณหาความถี่ธรรมชาติแบบ 2 องศาอิสระ

ใช้การจับคู่ จากค่าโมดสปริงดังนี้  $k_1=26170$  N/m,  $k_2=41320$  N/m,  $k_3=4898$  N/m,  $k_4=99770$  N/m ทั้งหมดได้ 12 คู่ ไม่คิดคู่ที่ค่าโมดซ้ำกัน แบ่งการคำนวณดังนี้

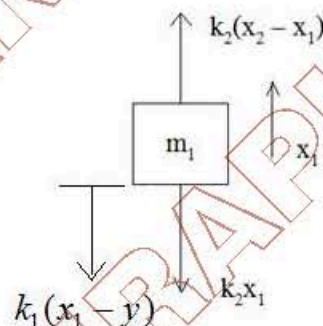
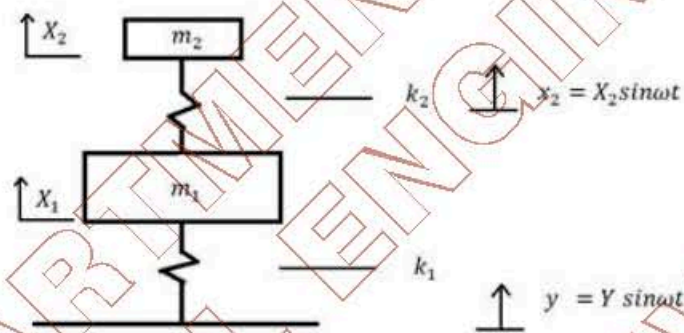
### 3.3.1 หาคความถี่ธรรมชาติ

การสั่นสะเทือนแบบบังคับใน 2 ระดับชั้นความเร็ว ที่ภาวะการสั่นพ้องของระบบมีความถี่ธรรมชาติ 2 ค่า พิจารณาการสั่นสะเทือนแบบบังคับด้วยแรงฮาร์มอนิกด้วยแรง  $F(t) = F_0 \sin \omega t$  กระทำต่อมวล  $m_1$  ทำให้มวลทั้งสองสั่นสะเทือนใน 2 องศาอิสระ

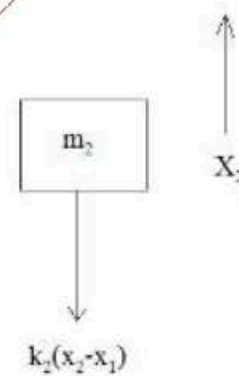
กำหนด  $m_1 = 4.9 \text{ kg}$

$m_2 = 3.704 \text{ kg}$

$k_1 = 26170 \text{ N/m}$  และ  $k_2 = 41320 \text{ N/m}$



FBD<sub>1</sub>



FBD<sub>2</sub>

$$[+\uparrow \Sigma F = m\ddot{x}]$$



$$k_1(x_1 - y) + k_2(x_2 - x_1) - k_1x_1 = m_1\ddot{x}_1$$

$$m_1\ddot{x} + (k_1 + k_2)x_1 - k_2x_2 = k_1Y \sin \omega t$$

$$[+\uparrow \Sigma F = m\ddot{X}]$$

$$-k_2(x_2 - x_1) = m_2\ddot{X}_2$$

$$m_2\ddot{X}_2 - k_2x_1 + k_2x_2 = 0$$

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{X}_1 \\ \ddot{X}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \\ 0 \end{Bmatrix} Y \sin \omega t$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{X}_1 \\ \ddot{X}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 11976.84 + 28764.83 & -28764.83 \\ -28764.83 & 28764.83 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} k_1 \\ 0 \end{Bmatrix} Y \sin \omega t$$

$$x_1 = x_1 \sin \omega t \quad , \quad x_2 = x_2 \sin \omega t$$

$$\ddot{X}_1 = -\omega^2 x_1 \sin \omega t \quad \ddot{X}_2 = -\omega^2 x_2 \sin \omega t$$

แทนค่าสมการ

$$\begin{bmatrix} 40741.67 - 5\omega^2 & -28764.83 \\ -28764.83 & 28764.83 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Y \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\det [ ] = (40741.67 - 5\omega^2)(28764.83 - 3\omega^2) - 827415444.9$$

$$= 18.15\omega^4 - 266049.16\omega^2 + 344511766.1$$

หาค่าความถี่ธรรมชาติ

$$\det [ ] = 18.15\omega^4 - 266049.16\omega^2 + 344511766.1$$

$$= \omega^4 - 17736.6106\omega^2 + 22967451.07$$

$$\omega^2 = \frac{17736.6106 \pm \sqrt{11736.606^2 - (4 \times 22967451.07)}}{2}$$

$$\omega_1 = 51.7452 \text{ rad/s} \quad , \quad \omega_2 = 149.1691 \text{ rad/s}$$

ตารางที่ 3.2 สรุปการคำนวณหาความถี่ธรรมชาติ  $\omega$ 

ชุดสปริง $k_1, k_2$	$\omega_1$ (rad/s)	$\omega_2$ (rad/s)	$\omega_1$ (Hz)	$\omega_2$ (Hz)
$k_1, k_2$	51.7452	149.1691	8.2355	23.7410
$k_1, k_3$	52.2941	160.7035	8.3229	25.5768
$k_1, k_4$	223.0379	53.7761	35.4976	8.5587
$k_2, k_1$	58.4852	131.9784	9.3082	21.0050
$k_2, k_3$	63.5465	166.1745	10.1137	26.4475
$k_2, k_4$	66.5394	226.4997	10.5901	36.0486
$k_3, k_1$	61.6094	136.4051	9.8054	21.7096
$k_3, k_2$	66.5861	158.5887	10.5975	25.2402
$k_3, k_4$	71.869	228.315	11.4383	36.3375
$k_4, k_1$	72.2687	165.9657	11.5019	26.4143
$k_4, k_2$	82.8589	181.8895	13.1874	28.9486
$k_4, k_3$	86.3283	190.074	13.7396	30.2512

### 3.4 การคำนวณหามวลของ Isolator

#### 3.4.1 หาค่านิจสปริง

กฎของฮุก (Hooke's Law) กล่าวว่าไว้ว่าระยะยืดของวัตถุจะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับแรงที่ใช้ยืดวัตถุนั้น โดยวัตถุจะยืดได้ไม่เกิน จุดจำกัดของสัดส่วน ถ้าหากวัตถุยืดเกินไปจากจุดนี้ก็จะเข้าสู่ขีดจำกัดสภาพยืดหยุ่น วัตถุนั้นจะหยุดการยืดหยุ่นและไม่สามารถคืนสู่สภาพเดิมได้อีก กฎของฮุกสามารถใช้ในการคำนวณหาแรงหรือการยืดขยายที่ไม่รู้ได้ วัตถุระยะยืดของสปริงโดยใช้ไดออลเกจดังนี้

ระยะยืดเฉลี่ยทั้งหมด 4 ขาโดยใช้สปริง  $\phi = 1.5\text{mm}$  และ  $F = 5\text{N}$

ระยะยืด  $s = 0.119875 \times 10^{-2} \text{m}$

$$k = \frac{F}{s} = \frac{5\text{N}}{0.119875 \times 10^{-2} \text{m}} = 4171.0114 \text{N/m}$$

#### บทที่ 4

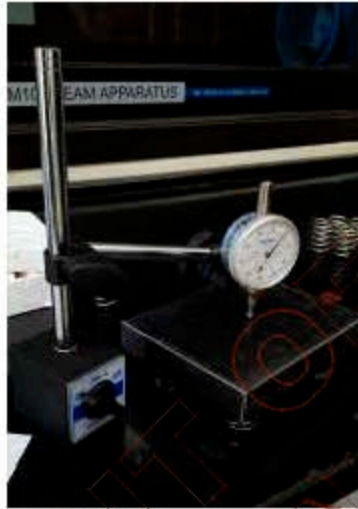
##### การดำเนินการผลการทดลองและวิเคราะห์ผลการทดลอง

จากการที่ได้ทำการศึกษาและทดลองเรื่องชุดจำลองการสั่นสะเทือนของระบบการเคลื่อนที่แบบ 1 และ 2 องศาอิสระโดยใช้สปริงเป็นชุดทดลองในการแยกการสั่น ซึ่งในการทดลองนี้จะใช้ค่านิจของสปริงที่แตกต่างกันไปในการทดสอบ ได้ผลดังนี้

##### 4.1 การดำเนินการ

นำสปริงมาทำการหาระยะยุบโดยใช้มวลและนำ Dial Gauge มาวัดหาระยะยุบ เพื่อทำการหาค่านิจของสปริงได้ค่าดังนี้ 26170, 41320, 48980, 99770 N/m ตามลำดับ





รูปที่ 4.1 Dial Gauge

4.1.1 อุปกรณ์และเครื่องมือในการทดสอบ

1.สปริง มีทั้งหมด 4 ชุด ชุดละ 4 ตัว ที่มีค่าแรงที่ต่างกัน



รูปที่ 4.2 สปริงในการทดสอบ

2. Inverter 0.4 kW



รูปที่ 4.3 Inverter 0.47 kW

3. DAQ Board หรือ Data Acquisition Board คือ อุปกรณ์ใช้ดึงข้อมูลที่อยู่ในรูปสัญญาณ ทางไฟฟ้าจากตัวเซ็นเซอร์โดยตรงแล้วนำมาเก็บไว้บนคอมพิวเตอร์เพื่อการวิเคราะห์และแสดงผล



รูปที่ 4.4 Data Acquisition Board

4. โหลดเซลล์ วัดน้ำหนักที่มากจะแตกโดยตั้งค่าไว้ที่ 200g ขึ้นไป จะส่งสัญญาณอนาลอกไปยังบอร์ด และใช้โปรแกรม aduno แปลงผลเป็นสัญญาณดิจิตอลไปแสดงยังหน้าจอ (ใน 1 วินาที สามารถวัดได้ 10 ค่าและนำค่ามาเฉลี่ย)



รูปที่ 4.5 โหลดเซลล์

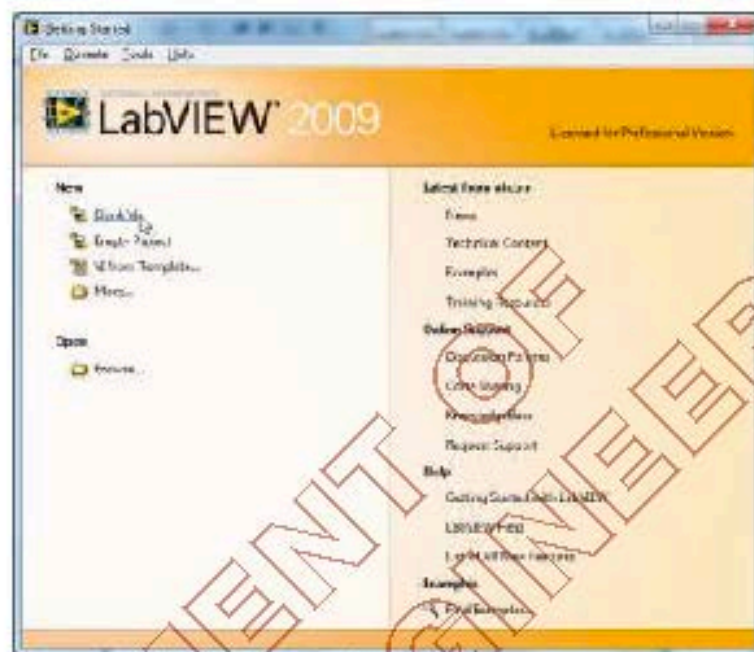
5. แสดงผลของโหลดเซลล์เป็นแบบ Touch Screen จะแสดงสัญญาณไฟสีเขียวเมื่อเข้าสู่ช่วงเรโซแนนซ์สามารถปรับเป็นหน่วยกรัมหรือกิโลกรัมได้



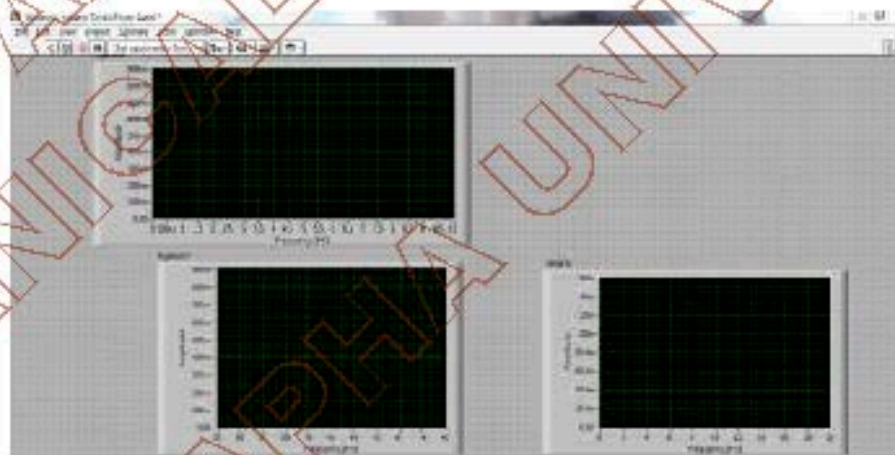
รูปที่ 4.6 จอแสดงผลโหลดเซลล์

6. โปรแกรม LabVIEW LabVIEW เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่สร้างเพื่อนำมาใช้ในด้านการวัดและเครื่องมือวัดสำหรับงานทางวิศวกรรม LabVIEW ย่อมาจาก Laboratory Virtual Instrument การวัดและเครื่องมือวัดสำหรับงานทางวิศวกรรม LabVIEW ย่อมาจาก Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench ซึ่งหมายความว่า เป็นโปรแกรมที่สร้าง เครื่องมือวัดเสมือนจริงในห้องปฏิบัติการทางวิศวกรรม ดังนั้นจุดประสงค์หลักของการทำงาน ของโปรแกรมนี้ก็คือการจัดการในด้านการวัดและเครื่องมือวัด อย่างมีประสิทธิภาพ และในตัว ของโปรแกรมจะประกอบไปด้วยฟังก์ชันที่ใช้ช่วยในการวัดมากมาย และ โปรแกรมนี้จะมีประโยชน์อย่างสูงเมื่อใช้ร่วมกับเครื่องมือวัดทางวิศวกรรมต่างๆ โปรแกรมที่เขียนขึ้นมาโดย LabVIEW จะเรียกว่า Virtual Instrument (VI) จะประกอบด้วย ส่วนประกอบที่สำคัญคือ Front Panel และ Block Diagram และมี DAQ Board ที่ทำหน้าที่ติดต่อโดยตรงกับตัวแปลงสัญญาณความถี่ (Transducer) แล้วนำมาเก็บไว้บนคอมพิวเตอร์เพื่อการวิเคราะห์และแสดงผล





รูปที่ 4.7 หน้าต่างโปรแกรม LabView



รูปที่ 4.8 หน้าต่างโปรแกรมใช้ทดสอบ

## 7. เครื่องทดสอบตัวแยกการสั่นสะเทือน



รูปที่ 4.9 ชุดจำลองการสั่นสะเทือนของระบบการเคลื่อนที่แบบ 1 และ 2 องศาอิสระ

### 4.1.2 ขั้นตอนวิธีการทดสอบ

1. ตรวจสอบความพร้อมในการใช้งานของอุปกรณ์ ทั้งในกรณี 1 และ 2 องศาอิสระ
2. นำสปริงไปทำการติดตั้งกับมวลและฐานโดยการยึดให้แน่นและล็อกกล่องครอบให้เรียบร้อย
3. ทำการเซตโปรแกรม Lab view และ จอแสดงผลโพลตเซลล์ เพื่อที่จะทำการอ่านและเก็บค่า
4. นำหัววัดความเร่งไปทำการติดตั้งกับฐานการสั่นและมวลการสั่นกรณี 2 องศาอิสระก็ติดตั้งมวลที่ 1 ซึ่งอยู่ด้านล่างเช่นกัน
5. ทำการรันเครื่องโดยสั่งการที่ inverter แล้วเลือกที่ ค่าความถี่ ที่ต้องการ
6. ทำการเก็บค่าแอมพลิจูดของฐานการสั่นและมวล โดยที่ ความถี่ ต่างๆ ที่ กำหนดไว้
7. ทำการเปลี่ยนสปริงที่ ค่าแรงต่างๆสำหรับ 1 องศาอิสระ และจับคู่สปริงในกรณี 2 องศาอิสระ และทำการทดสอบตามข้อ 2 - 6
8. นำผลการทดลองที่ได้นั้นไปวาดกราฟระหว่างอัตราแรงส่งผ่านกับความถี่ ของการทดลองและทฤษฎี
9. วิเคราะห์ผลการทดลอง



## 4.2 การหาค่าช่วงความถี่

ที่เกิด Resonance และช่วงความถี่ที่ฐานกับมวลมีการสั่น ที่เท่ากัน ของค่า  $k$  ต่างๆ โดย  $m = 4.9$  kg

กรณีเองคออิสระ 
$$\omega = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

ตารางที่ 4.1 ความถี่ธรรมชาติกรณีเองคออิสระ

$k(\text{N/m})$	$w(\text{Hz})$
11300	7.643
26170	11.631
41320	14.615
48980	15.912
168310	29.496
99770	22.710

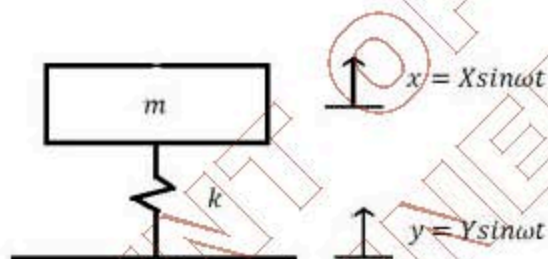
ตารางที่ 4.2 ความถี่ธรรมชาติกรณี 2 องค์กรอิสระ

ชุดสปริง $k_1, k_2$	$\omega_1$ (rad/s)	$\omega_2$ (rad/s)	$\omega_1$ (Hz)	$\omega_2$ (Hz)
$k_1, k_2$	51.7452	149.1691	8.2355	23.7410
$k_1, k_3$	52.2941	160.7035	8.3229	25.5768
$k_1, k_4$	223.0379	53.7761	35.4976	8.5587
$k_2, k_1$	58.4852	131.9784	9.3082	21.0050
$k_2, k_3$	63.5465	166.1745	10.1137	26.4475
$k_2, k_4$	66.5394	226.4997	10.5901	36.0486
$k_3, k_1$	61.6094	136.4051	9.8054	21.7096
$k_3, k_2$	66.5861	158.5887	10.5975	25.2402
$k_3, k_4$	71.869	228.315	11.4383	36.3375
$k_4, k_1$	72.2687	165.9657	11.5019	26.4143
$k_4, k_2$	82.8589	181.8895	13.1874	28.9486
$k_4, k_3$	86.3283	190.074	13.7396	30.2512



ในการคำนวณหาอัตราส่วนแรงส่งผ่านของทางทฤษฎี

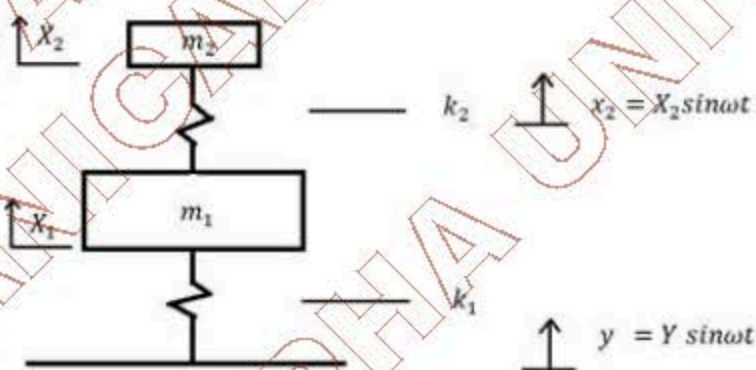
กรณี 1 องคาคืออิสระ



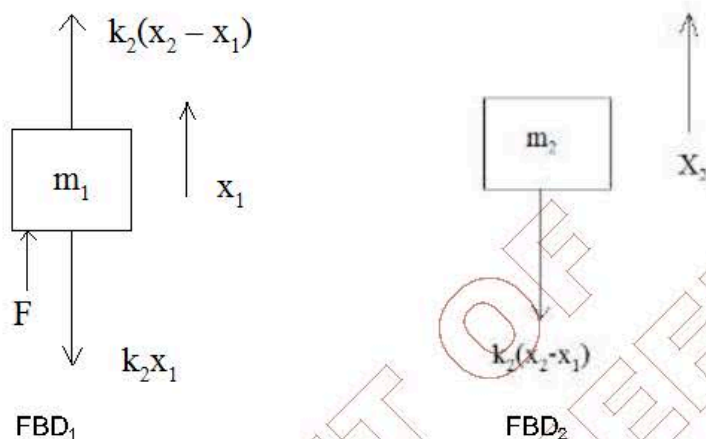
$$\frac{X}{Y} = \frac{k}{k - m\omega^2}$$

กรณี 2 องคาคืออิสระ

กำหนด  $m_1 = 4.9 \text{ kg}$   $m_2 = 3.704 \text{ kg}$  ,  $k_4 = 99770 \text{ N/m}$  และ  $k_3 = 48980 \text{ N/m}$



$$F = k_1 Y \sin \omega t$$



$$[+\uparrow \Sigma F = m\ddot{X}]$$

$$F + k_2(x_2 - x_1) - k_2x_1 = m_1\ddot{X}_1$$

$$m_1\ddot{X} + (k_4 + k_3)x_1 - k_3x_2 = k_4Y \sin \omega t$$

$$[+\uparrow \Sigma F = m\ddot{X}]$$

$$-k_3(x_2 - x_1) = m_2\ddot{X}_2$$

$$m_2\ddot{X}_2 - k_3x_1 + k_3x_2 = 0$$

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{X}_1 \\ \ddot{X}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_4 + k_3 & -k_3 \\ -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} k_4Y \\ 0 \end{Bmatrix} \sin \omega t$$

$$x_1 = x_1 \sin \omega t, \quad x_2 = x_2 \sin \omega t$$

$$\ddot{X}_1 = -\omega^2 x_1 \sin \omega t, \quad \ddot{X}_2 = -\omega^2 x_2 \sin \omega t$$

แอมพลิจูดของการเคลื่อนที่จะได้

$$\begin{aligned} \frac{X_2}{Y} &= \frac{k_4 k_3}{(k_4 + k_3 - m_1 \omega^2)(k_4 - m_2 \omega^2) - k_3^2} \\ &= \frac{(99770)(48980)}{(99770 + 48980 - 4.9 * 30.2512^2) - 48980^2} \\ &= 2.037 \end{aligned}$$

### 4.3 ผลการทดสอบ กรณี 1 องศาอิสระ

4.3.1 ทดสอบโดยที่ ค่า  $k_s = 26,170 \text{ N/m}$

ตารางที่ 4.3 ค่าที่ได้จากการทดลอง  $k = 26,170 \text{ N/m}$

$\omega(\text{Hz})$	Y	X	X/Y	แรงที่อ่านได้
8	0.85	2.1	2.47058	0
10	2.35	14	5.9574	0
15	10	45	4.5	4.02
20	45	35	0.77777	0
25	110	14	0.12727	0
30	220	12.2	0.05545	0
35	510	13	0.02549	0
40	1050	13	0.01238	0
45	1550	12	0.00774	0

ตารางที่ 4.4 ค่าที่ได้จากการคำนวณทางทฤษฎี  $k = 26,170 \text{ N/m}$

$\omega(\text{Hz})$	X/Y
0	1.00000
5	1.00475
10	1.04583
15	1.10939
20	1.21256
25	1.37723
30	1.65131
35	2.15913
40	3.34664
45	8.88469



4.3.2 ทดสอบโดยที่ ค่า  $k_2 = 41320 \text{ N/m}$

ตารางที่ 4.5 ค่าที่ได้จากการทดลอง  $k = 41320 \text{ N/m}$

$\omega(\text{Hz})$	Y	X	X/Y	แรงที่อ่านได้
9	1.43	4.8	3.35664	0
10	2.2	6.5	2.95454	0
15	15	450	30	3.03
20	38	38	1	0
25	100	28	0.28	0
30	220	22.5	0.10227	0
35	500	20	0.04	0
40	700	15	0.02142	0
45	1190	15	0.01260	0

ตารางที่ 4.6 ค่าที่ได้จากการคำนวณทางทฤษฎี  $k = 41320 \text{ N/m}$

$\omega(\text{Hz})$	X/Y
0	1.00000
5	1.00301
10	1.01213
15	1.02771
20	1.05035
25	1.08097
30	1.12091
35	1.17208
40	1.23725
45	1.32047

4.3.3 ทดสอบโดยที่ ค่า  $k_3 = 48980 \text{ N/m}$

ตารางที่ 4.7 ค่าที่ได้จากการทดลอง  $k = 48980 \text{ N/m}$

$\omega(\text{Hz})$	Y	X	X/Y	แรงที่อ่านได้
8	1.13	1.5	1.327434	0
10	2.5	6.1	2.44	0
15	18.1	275	15.19337	0
20	35	1850	52.85714	5.64
25	95	73	0.768421	0
30	190	63	0.331579	0
35	440	54	0.122727	0
40	910	55	0.06044	0
45	1300	45	0.034615	0

ตารางที่ 4.8 ค่าที่ได้จากการคำนวณทางทฤษฎี  $k = 41320 \text{ N/m}$

$\omega(\text{Hz})$	X/Y
0	1.0000
5	1.0025
10	1.0102
15	1.0233
20	1.0421
25	1.0675
30	1.1001
35	1.1414
40	1.1930
45	1.2574

4.3.4 ทดสอบโดยที่ ค่า  $k_s = 99770 \text{ N/m}$

ตารางที่ 4.9 ค่าที่ได้จากการทดลอง  $k = 99770 \text{ N/m}$

$\omega(\text{Hz})$	Y	X	X/Y	แรงที่อ่านได้
9	1.5	1.9	1.26667	0
10	2.3	3.5	1.52174	0
15	15	38	2.53333	0
20	50	550	11.00000	0
25	16	1300	81.25000	1.8
30	125	330	2.64000	0
35	400	250	0.62500	0
40	750	180	0.24000	0
45	1190	150	0.12605	0

ตารางที่ 4.10 ค่าที่ได้จากการคำนวณทางทฤษฎี  $k = 99770 \text{ N/m}$

$\omega(\text{Hz})$	X/Y
0	1.00000
5	1.00124
10	1.00499
15	1.01129
20	1.02026
25	1.03202
30	1.04676
35	1.06474
40	1.08627
45	1.11174



#### 4.4 ผลการทดสอบกรณี 2 องศาอิสระ

4.4.1 ทดสอบโดยที่ ค่า  $k_1 = 99770 \text{ N/m}$  และ  $k_2 = 26170 \text{ N/m}$

ตารางที่ 4.11 ค่าที่ได้จากการทดลอง  $k_1, k_2$

$\omega$	Y	X	X/Y	แรงที่อ่านได้
0	0	0	0	0
8	1	2.5	2.5	0
10	2.75	20	7.272727	0
11	3.5	81	23.14286	0
11.5	RESONANCE			0.54
12.5				0.87
14.5				1.1
15	10.9	115	10.55046	0
16	14.7	80.9	5.503410	0
20	57	58	1.017544	0
25	155	640	4.129032	0.5
25.5	RESONANCE			2.06
26				2.42
27.5				3.08
28.5	115	150	1.304348	0
30	210	75	0.357143	0
35	390	9.5	0.024359	0
40	780	3.48	0.004462	0

ตารางที่ 4.12 ค่าที่ได้จากการคำนวณทางทฤษฎี  $k_1, k_2$

$\omega$	X/Y
0	1
8	2.132759
10	4.781921
11.5	3709.835
14.5	2.42899
15	2.106258
20	1.158139
25	2.576412

25.5	3.754622
27.5	2.527174
28.5	1.1852
30	0.594367
35	0.160202
40	0.0697

4.4.2 ทดสอบโดยที่ ค่า  $k_1 = 99770 \text{ N/m}$  และ  $k_2 = 41320 \text{ N/m}$   
 ตารางที่ 4.13 ค่าที่ได้จากการทดลอง  $k_1, k_2$

$\omega$	Y	X	X/Y	แรงที่อ่านได้
0	0	0	0	0
8	0.5	2.48	4.9600	0
10	2.6	17.5	6.7308	0
11	4	63	15.75	0
13				0.21
15	RESONANCE			2.34
16				1.11
17	21	100	4.7619	0
20	45	85	1.8889	0
25	165	550	3.3333	0
26	200	900	4.5	0
27				0.21
28.5	RESONANCE			2.41
29.5				1.2
30	182	65	0.35714	0
35	380	25	0.06579	0
40	760	10	0.01316	0

ตารางที่ 4.14 ค่าที่ได้จากการคำนวณทางทฤษฎี  $k_1k_2$ 

$\omega$	X/Y
0	1
8	1.713141
10	2.671875
13	44.38923
16	3.050214
17	2.30641
20	1.471605
25	1.516642
27	2.408203
29	73.368
29.5	6.494138
30	3.238518
35	0.3583
40	0.134117

4.4.3 ทดสอบโดยที่ ค่า  $k_1 = 99770$  N/m และ  $k_2 = 48980$  N/mตารางที่ 4.15 ค่าที่ได้จากการทดลอง  $k_1k_2$ 

0	Y	X	X/Y	แรงที่อ่านได้
0	0	0	0	0
10	2.28	10.2	4.473684	0
12.5	7.1	100	14.08451	0
13	RESONANCE			0.22
15				4
16				0.1
17	18	180	10	0
20	37	85	2.297297	0
25	110	158	1.436364	0
29.5	132	1900	14.39394	2.92
30	RESONANCE			3.56
31				4
32.5				3.2
33	220	220	1	0



35	450	450	1	0
40	750	52	0.069333	0

ตารางที่ 4.16 ค่าที่ได้จากการคำนวณทางทฤษฎี  $k_4 k_3$

$\omega$	X/Y
0	1
10	2.387299
12.5	6.99883
13	11.70783
16	3.898818
17	2.75291
20	1.587696
25	1.364965
29.5	5.647748
30	16.04813
32.5	1.411252
33	1.103751
35	0.538031
40	0.178744

#### 4.5 วิเคราะห์ผลการทดลอง

กรณี 1 องศาอิสระ

4.5.1 ที่ค่า  $k_s = 26,170 \text{ N/m}$  เทียบกับทฤษฎี



รูปที่ 4.17 กราฟระหว่างอัตราส่วนแรงส่งผ่านกับความถี่ของการทดลองและทฤษฎีที่ค่า  $k = 26,710 \text{ N/m}$   
 กราฟที่ 4.17 ระหว่างอัตราส่วนแรงส่งผ่านกับความถี่ที่  $k_s = 26170 \text{ N/m}$  จากผลการทดลอง (จุดสีแดง) จะเกิดเรโซแนนซ์ในช่วง  $11.5 - 14.5 \text{ Hz}$  เทียบกับทางทฤษฎี (เส้นสีฟ้า) จะเกิดเรโซแนนซ์ในช่วง  $11.631 \text{ Hz}$  ซึ่งตกอยู่ในช่วงใกล้เคียงกันตามแถบสีแดงและเป็นไปตามทฤษฎีที่คำนวณไว้

4.5.2 ที่ค่า  $k_1 = 26,170 \text{ N/m}$  กราฟแสดงความสัมพันธ์ของแรงที่ชนกับโพลดเซลล์ที่ 0 - 45 Hz ดังนี้

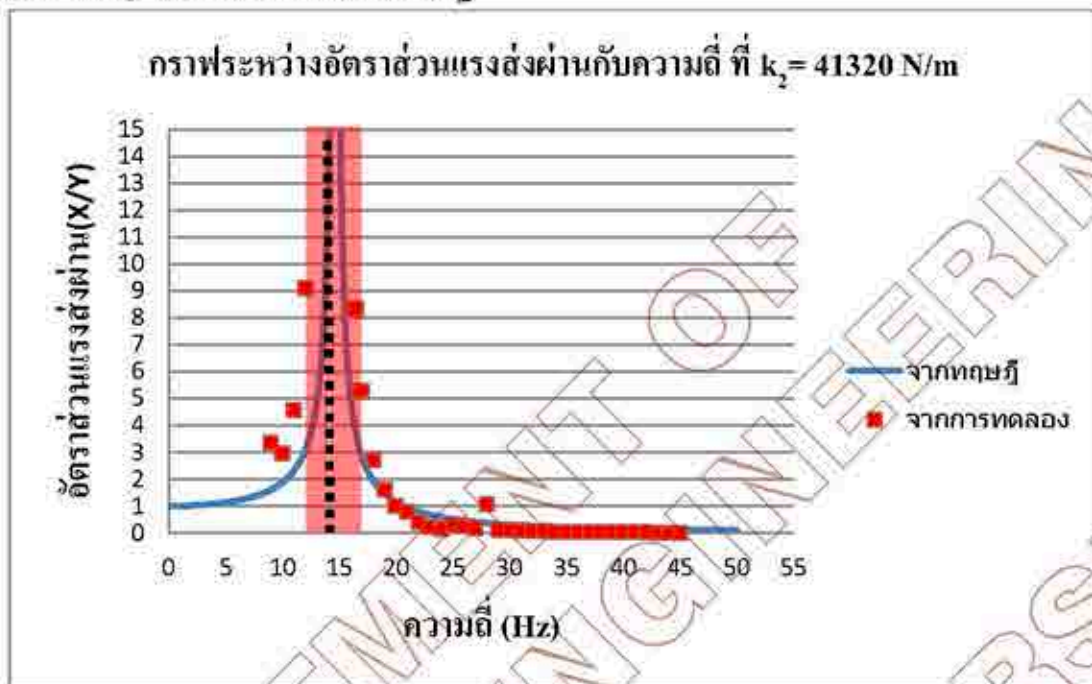


รูปที่ 4.18 กราฟระหว่างแรงกับความถี่ที่ค่า  $k = 26,710 \text{ N/m}$

จากการทดลองที่  $k = 26,170 \text{ N/m}$  ในช่วงการเกิดการสั่นพ้องนั้นจะเกิดการชนของมวลและแผ่นยางที่ติดกับโพลดเซลล์ เมื่อเราทำการวัดแรงกระแทกแล้วนำมาบันทึกผลที่ความถี่ของการทดลองช่วงของการสั่นพ้อง = 12.0 - 14.5 Hz



4.5.3 ที่ค่า  $k_2 = 41,320 \text{ N/m}$  เทียบกับทฤษฎี



รูปที่ 4.19 กราฟระหว่างอัตราส่วนแรงส่งผ่านกับความถี่ของการทดลองและทฤษฎีค่า  $k_2 = 41,320 \text{ N/m}$

กราฟที่ 4.19 ระหว่างอัตราส่วนแรงส่งผ่านกับความถี่ที่  $k_2 = 41,320 \text{ N/m}$  จากผลการทดลอง (จุดสีแดง) จะเกิดเรโซแนนซ์ในช่วง 13.5-16.5 Hz เทียบกับทางทฤษฎี (เส้นสีฟ้า) จะเกิดเรโซแนนซ์ในช่วง 14.615 Hz ซึ่งตกอยู่ในช่วงใกล้เคียงกันตามแถบสีแดงและเป็นไปตามทฤษฎีที่คำนวณไว้

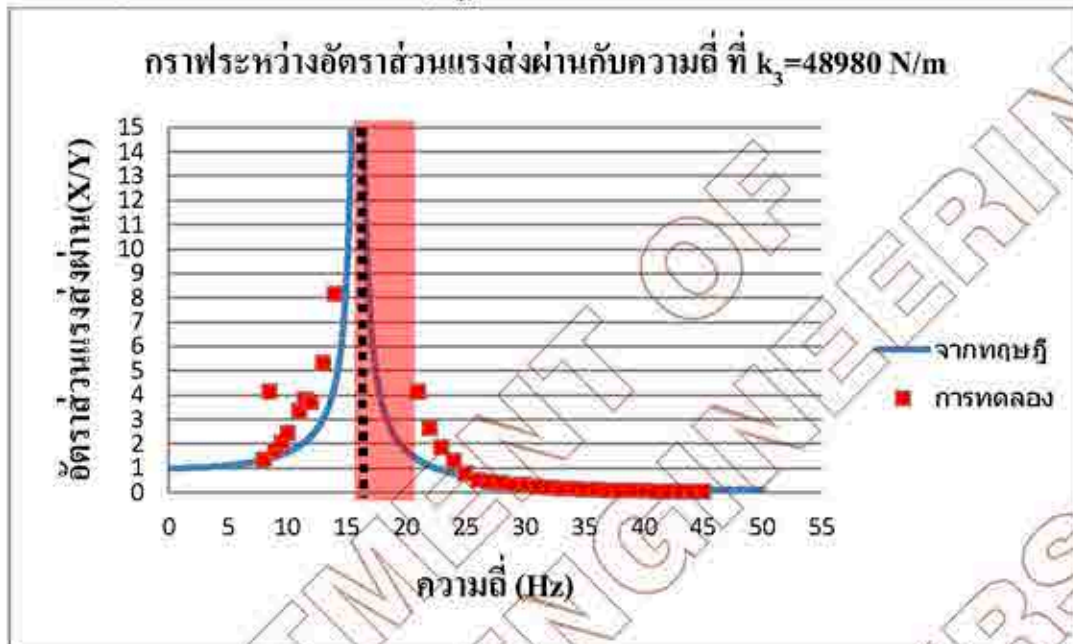
4.5.4 ที่ค่า  $k_2 = 41320 \text{ N/m}$  กราฟแสดงความสัมพันธ์ของแรงที่ชนกับโพลีเอสเตอร์ที่ 0 - 45 Hz ดังนี้



รูปที่ 4.20 กราฟระหว่างแรงกับความถี่ที่ค่า  $k = 41320 \text{ N/m}$

จากการทดลองที่  $k=41320 \text{ N/m}$  ในช่วงการเกิดการสั่นพ้องนั้นจะเกิดการชนของมวลและแผ่นยางที่ติดกับโพลีเอสเตอร์ เมื่อเราทำการวัดแรงกระแทกแล้วนำมาบันทึกผลที่ความถี่ของการทดลองช่วงของการสั่นพ้อง = 13.5-16.5 Hz

4.5.5 ที่ค่า  $k_3 = 48,980 \text{ N/m}$  เทียบกับทฤษฎี



รูปที่ 4.21 กราฟระหว่างอัตราส่วนแรงส่งผ่านกับความถี่ของการทดลองและทฤษฎีที่ค่า  $k_3 = 48,980 \text{ N/m}$

กราฟที่ 4.21 ระหว่างอัตราส่วนแรงส่งผ่านกับความถี่ที่  $k_3 = 48,980 \text{ N/m}$  จากผลการทดลอง (จุดสีแดง) จะเกิดเรโซแนนซ์ในช่วง  $15.5\text{--}20.0 \text{ Hz}$  เทียบกับทางทฤษฎี (เส้นสีฟ้า) จะเกิดเรโซแนนซ์ในช่วง  $15.912 \text{ Hz}$  ซึ่งตกอยู่ในช่วงใกล้เคียงกันตามแถบสีแดงและเป็นไปตามทฤษฎีที่คำนวณไว้



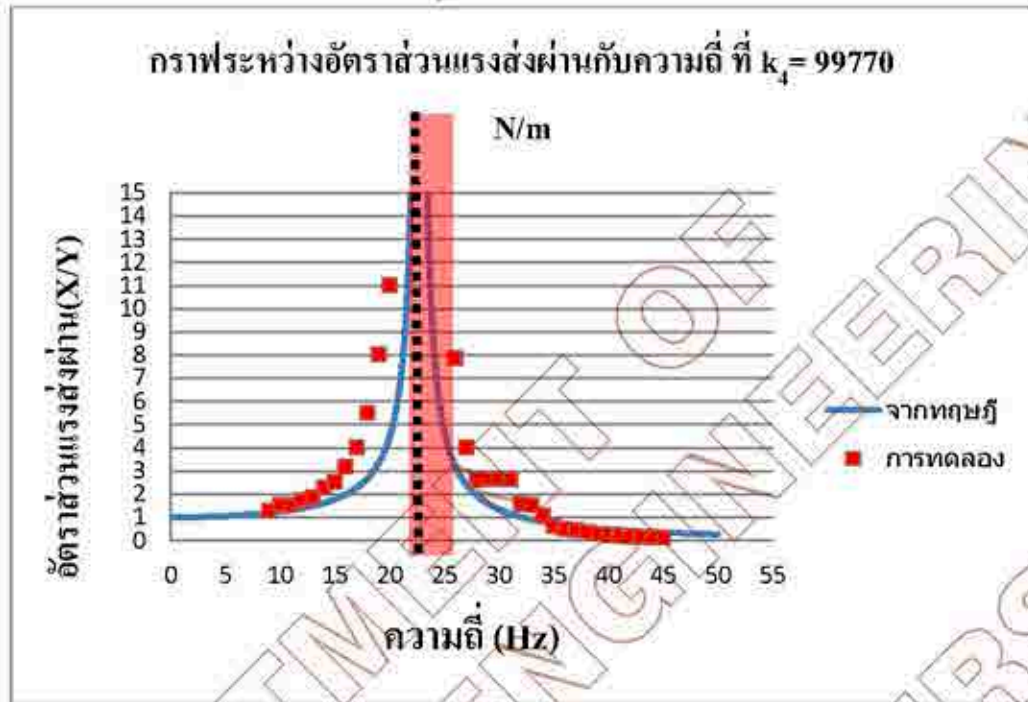
4.5.6 ที่ค่า  $k_2 = 41320 \text{ N/m}$  กราฟแสดงความสัมพันธ์ของแรงที่ชนกับโพลดเซลล์ที่ 0 - 45 Hz ดังนี้



รูปที่ 4.22 กราฟระหว่างแรงกับความถี่ที่ค่า  $k = 48980 \text{ N/m}$

จากการทดลองที่  $k=48980/\text{m}$  ในช่วงการเกิดการสั่นพ้องนั้นจะเกิดการชนของมวลและแผ่นยางที่ติดกับโพลดเซลล์ เมื่อเราทำการวัดแรงกระแทกแล้วนำมาบันทึกผลที่ความถี่ของการทดลองช่วงของการสั่นพ้อง=15.5-20.00 Hz

4.5.7 ที่ค่า  $k_4 = 99770$  N/m เทียบกับทฤษฎี



รูปที่ 4.23 กราฟระหว่างอัตราส่วนแรงส่งผ่านกับความถี่ของการทดลองและทฤษฎีค่า  $k_4 = 99770$  N/m

กราฟที่ 4.23 ระหว่างอัตราส่วนแรงส่งผ่านกับความถี่ที่  $k_4 = 99770$  N/m จากผลการทดลอง (จุดสีแดง) จะเกิดเรโซแนนซ์ในช่วง 22-25 Hz เทียบกับทางทฤษฎี(เส้นสีฟ้า)จะเกิดเรโซแนนซ์ในช่วง 22.710 Hz ซึ่งตกอยู่ในช่วงใกล้เคียงกันตามแถบสีแดงและเป็นไปตามทฤษฎีที่คำนวณไว้

4.5.8 ที่ค่า  $k_4 = 99770 \text{ N/m}$  กราฟแสดงความสัมพันธ์ของแรงที่ชนกับโพลดเซลล์ที่ 0 - 45 Hz ดังนี้



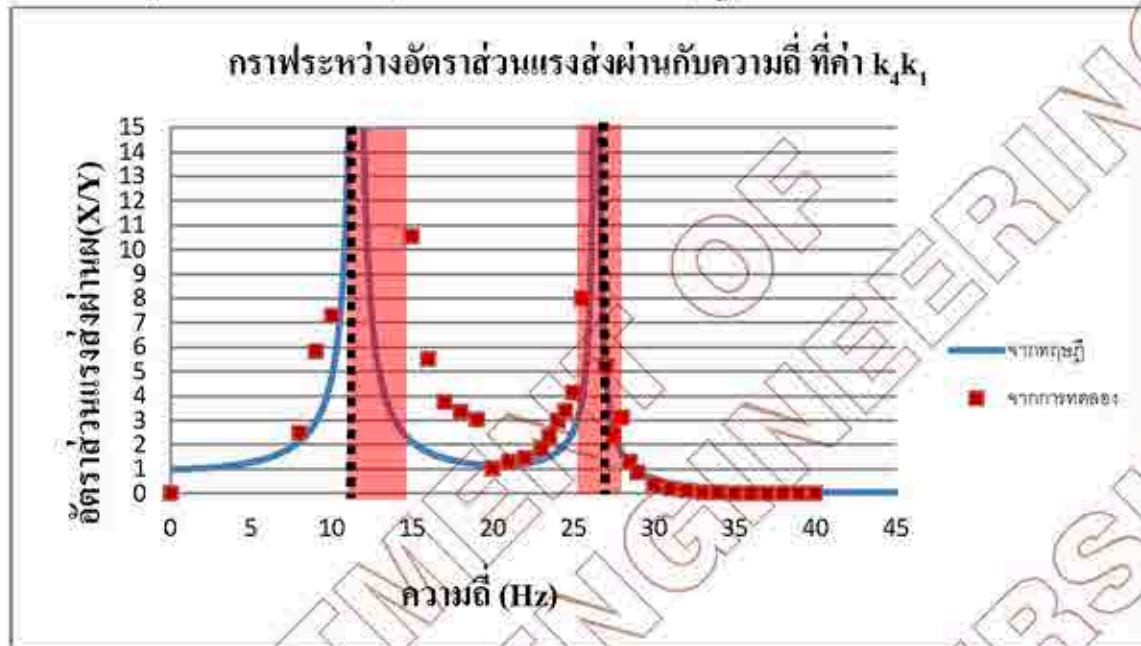
รูปที่ 4.24 กราฟระหว่างแรงกับความถี่ที่ค่า  $k = 99770 \text{ N/m}$

จากการทดลองที่  $k=99770 \text{ N/m}$  ในช่วงการเกิดการสั่นพ้องนั้นจะเกิดการชนของมวลและแผ่นยางที่ติดกับโพลดเซลล์ เมื่อเราทำการวัดแรงกระแทกแล้วนำมาบันทึกผลที่ความถี่ของการทดลองช่วงของการสั่นพ้อง=22.0-25.0 Hz



## กรณี 2 องศาอิสระ

4.5.9 ที่ค่า  $k_s = 99770 \text{ N/m}$  และ  $k_t = 26170 \text{ N/m}$  เทียบกับทฤษฎี



รูปที่ 4.25 กราฟระหว่างอัตราส่วนแรงส่งผ่านกับความถี่ของการทดลองและทฤษฎีที่ค่า  $k_s = 99770 \text{ N/m}$  และ  $k_t = 26170 \text{ N/m}$

กราฟที่ 4.25 ระหว่างอัตราส่วนแรงส่งผ่านกับความถี่ที่  $k_s = 99770 \text{ N/m}$  และ  $k_t = 26170 \text{ N/m}$  จากผลการทดลอง (จุดสีแดง) จะเกิดเรโซแนนซ์ 2 ช่วงคือ ในช่วง  $11.5\text{-}14.5 \text{ Hz}$  และเกิดอีกครั้งในช่วง  $25.5\text{-}27.5 \text{ Hz}$  เทียบกับทฤษฎี(เส้นสีฟ้า) จะเกิดเรโซแนนซ์ในช่วง  $11.5019 \text{ Hz}$  และ  $26.4143 \text{ Hz}$  ซึ่งตกอยู่ในช่วงใกล้เคียงกันตามแถบสีแดงและเป็นไปตามทฤษฎีที่คำนวณไว้

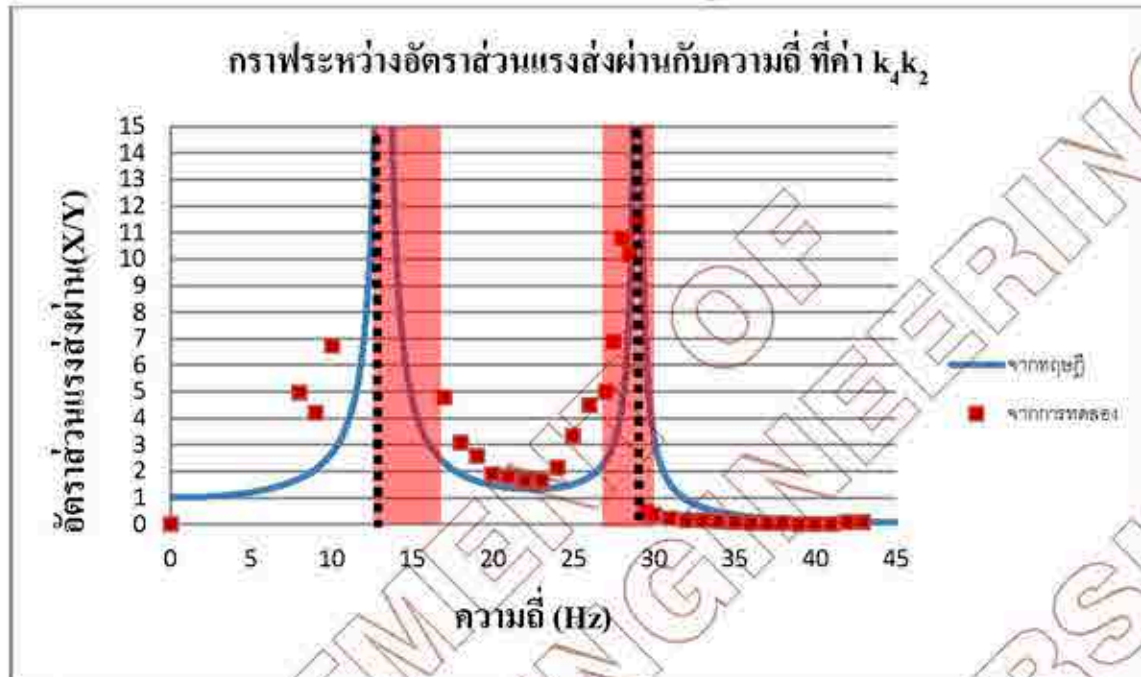
4.5.10 ที่  $k_4 = 99770 \text{ N/m}$  และ  $k_1 = 26170 \text{ N/m}$  กราฟแสดงความสัมพันธ์ของแรงที่ชนกับ โหลดเซลล์ที่ 0 - 45 Hz ดังนี้



รูปที่ 4.26 กราฟระหว่างแรงกับความถี่ที่ค่า  $k_4 = 99770 \text{ N/m}$  และ  $k_1 = 26170 \text{ N/m}$

จากการทดลองที่  $k_4 = 41320 \text{ N/m}$ ,  $k_1 = 99770 \text{ N/m}$  ในช่วงการเกิดการสั่นพ้องนั้นจะเกิดการชนของมวล และแผ่นยางที่ติดกับโหลดเซลล์ เมื่อเราทำการวัดแรงกระแทกแล้วนำมาบันทึกผลที่ความถี่ของการทดลองช่วงของการสั่นพ้อง = 11.5-14.5 Hz, 25.5-27.5 Hz

4.5.11 ที่ค่า  $k_1 = 99770 \text{ N/m}$  และ  $k_2 = 41320 \text{ N/m}$  ที่เทียบกับทฤษฎี

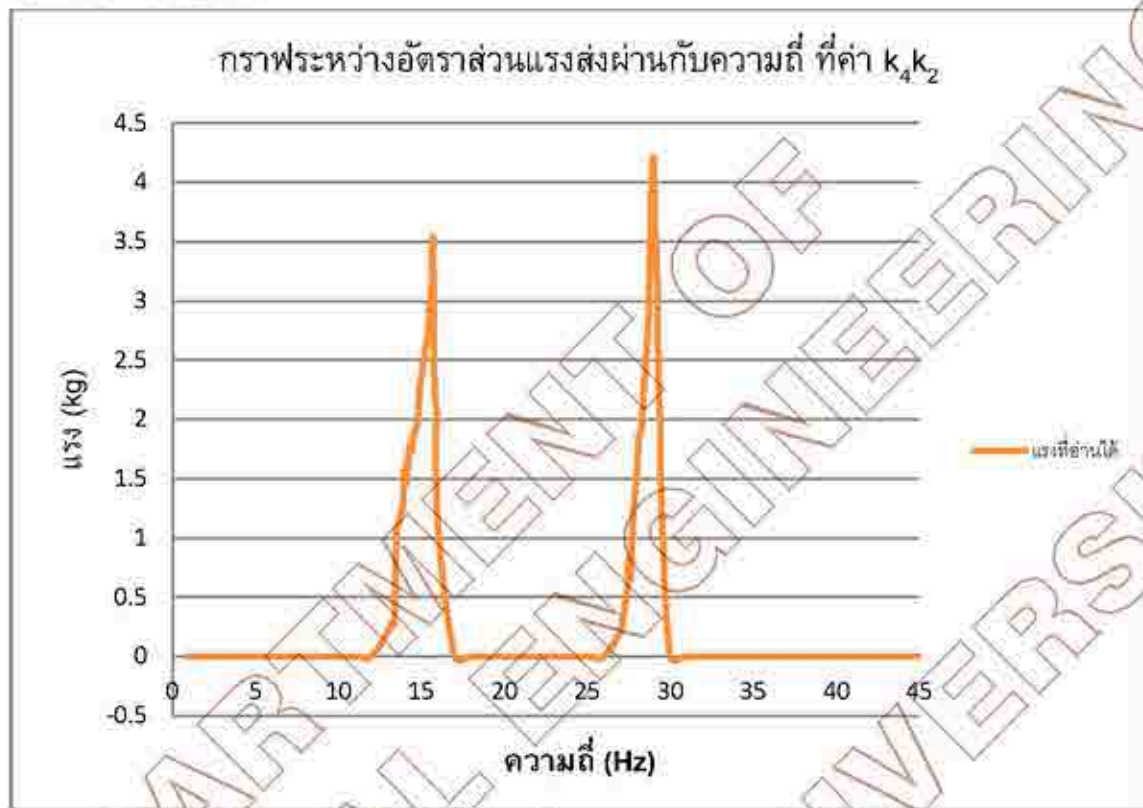


รูปที่ 4.27 กราฟระหว่างอัตราส่วนแรงส่งผ่านกับความถี่ของการทดลองและทฤษฎีที่ค่า  $k_1 = 99770 \text{ N/m}$  และ  $k_2 = 241320 \text{ N/m}$

กราฟที่ 4.27 ระหว่างอัตราส่วนแรงส่งผ่านกับความถี่ที่  $k_1 = 99770 \text{ N/m}$  และ  $k_2 = 41320 \text{ N/m}$  จากผลการทดลอง (จุดสีแดง) จะเกิดเรโซแนนซ์ 2 ช่วงคือ ในช่วง 13-16 Hz และเกิดอีกครั้งในช่วง 27-29.5 Hz เทียบกับทางทฤษฎี (เส้นสีฟ้า) จะเกิดเรโซแนนซ์ในช่วง 1.1874 Hz และ 28.9486 Hz ซึ่งตกอยู่ในช่วงใกล้เคียงกันตามแถบสีแดงและเป็นไปตามทฤษฎีที่คำนวณ



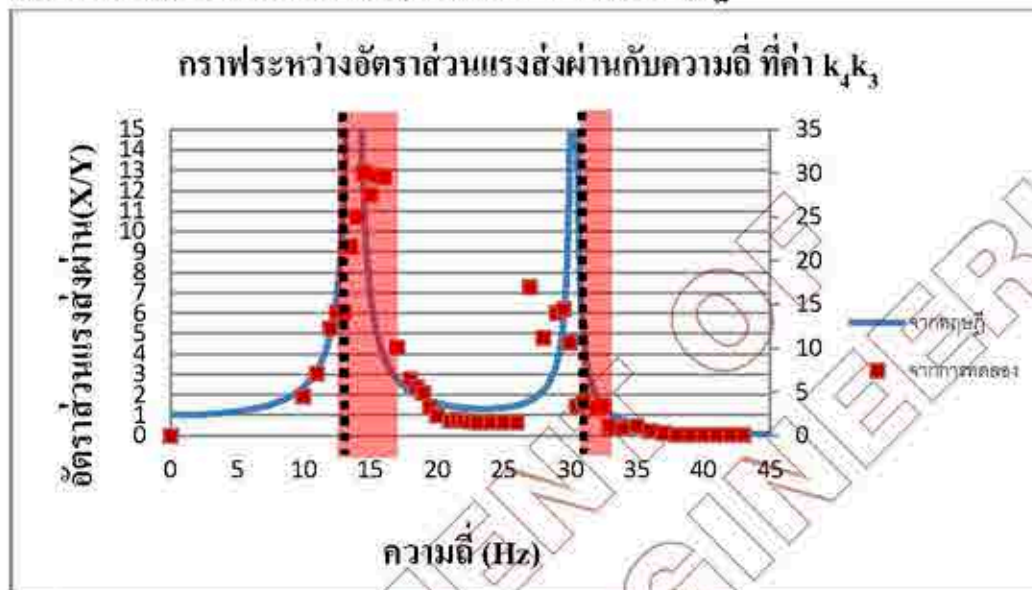
4.5.12 ที่  $k_1 = 99770 \text{ N/m}$  และ  $k_2 = 41320 \text{ N/m}$  กราฟแสดงความสัมพันธ์ของแรงที่ชนกับโหนด เซลล์ที่ 0 - 45 Hz ดังนี้



รูปที่ 4.28 กราฟระหว่างแรงกับความถี่ที่ค่า  $k_1 = 99770 \text{ N/m}$  และ  $k_2 = 41320 \text{ N/m}$

จากการทดลองที่  $k_1 = 41320 \text{ N/m}$ ,  $k_2 = 99770 \text{ N/m}$  ในช่วงการเกิดการสั่นพ้องนั้นจะเกิดการชนของมวล และแผ่นยางที่ติดกับโหนดเซลล์ เมื่อเราทำการวัดแรงกระแทกแล้วนำมาบันทึกผลที่ความถี่ของการทดลองช่วงของการสั่นพ้อง = 13-16 Hz, 27-29.5 Hz

4.5.13 ที่ค่า  $k_2 = 99770 \text{ N/m}$  และ  $k_3 = 48,980 \text{ N/m}$  เทียบกับทฤษฎี



รูปที่ 4.29 กราฟระหว่างอัตราส่วนแรงส่งผ่านกับความถี่ของการทดลองและทฤษฎีที่ค่า  $k_2 = 99770 \text{ N/m}$  และ  $k_3 = 48980 \text{ N/m}$

กราฟที่ 2.29 ระหว่างอัตราส่วนแรงส่งผ่านกับความถี่ที่  $k_2 = 99770 \text{ N/m}$  และ  $k_3 = 48980 \text{ N/m}$  จากผลการทดลอง (จุดสีแดง) จะเกิดเรโซแนนซ์ 2 ช่วงคือ ในช่วง 13-16 Hz และเกิดอีกครั้งในช่วง 30-32.5 Hz เทียบกับทางทฤษฎี (เส้นสีฟ้า) จะเกิดเรโซแนนซ์ในช่วง 13.7396 Hz และ 30.2512 Hz ซึ่งตกอยู่ในช่วงใกล้เคียงกันตามแถบสีแดงและเป็นไปตามทฤษฎีที่คำนวณ

4.5.14 ที่  $k_4 = 99770 \text{ N/m}$  และ  $k_3 = 48,980$  กราฟแสดงความสัมพันธ์ของแรงที่ชนกับโหลดเซลล์ที่ 0 - 45 Hz ดังนี้



รูปที่ 430 กราฟระหว่างแรงกับความถี่ที่ค่า  $k_4 = 99770 \text{ N/m}$  และ  $k_2 = 41320 \text{ N/m}$

จากการทดลองที่  $k_1 = 48980 \text{ N/m}$ ,  $k_2 = 99770 \text{ N/m}$  ในช่วงการเกิดการสั่นพ้องนั้นจะเกิดการชนของมวลและแผ่นยางที่ติดกับโหลดเซลล์ เมื่อเราทำการวัดแรงกระแทกแล้วนำมาบันทึกผลที่ความถี่ของการทดลองช่วงของการสั่นพ้อง = 13-16 Hz, 30-32.5 Hz



### วิเคราะห์ผลการทดลอง

จากการทำการทดลองชุดทดลองการแยกการสั่นสะเทือนโดยทำการใช้สปริงเป็นตัวแยกการสั่นสะเทือน ระหว่างมวลกับฐาน จะใช้สปริงที่มีค่านิจของสปริงที่แตกต่างกัน พบว่าจากกราฟผลการทดลองที่ได้และผลจากการคำนวณทางทฤษฎี เพิ่มขึ้นจากอัตราส่วนแรงส่งผ่านเท่ากับ 1 จนถึง  $\infty$  ในช่วงที่อัตราส่วนความถี่ เท่ากับ 0 ไปจนถึง 45 Hz และอัตราแรงส่งผ่านจะลดลงจาก  $\infty$  ไปจนถึง 1 และลดลงเข้าใกล้ 0 เมื่ออัตราส่วน ความถี่มากกว่าช่วงการสั่นพ้อง ในส่วนค่าความคลาดเคลื่อนของอัตราส่วน แรงส่งผ่านเมื่อเทียบกับผลที่ได้จากการทดลองและจาก การคำนวณทางทฤษฎี พบว่าจะมีค่าความคลาดเคลื่อนมากเมื่อเข้าใกล้ภาวะ resonance และมีค่าความ คลาดเคลื่อนน้อยในช่วงที่ความถี่เริ่มต้น ส่วนช่วงที่ความถี่หลัง resonance เนื่องจากค่าแอมพลิจูดการสั่น ของมวลมีการสั่น น้อยลงมาก ซึ่งให้การสั่น ต่างๆ ในช่วงที่มีการวัดคลาดเคลื่อนสูงนั้น เครื่องมีผลต่อแอมพลิจูดของการสั่น คือเกิดการสั่น ช้าขวาเมื่อความถี่สูงๆ และค่านิจของสปริงที่นำมาทดสอบในแต่ละชุดทั้ง 4 ค่า มีค่าที่ไม่เท่ากันจึงส่งผลให้ เมื่อเวลาสั่นที่ความถี่สูงมาก มวลจะแกว่งช้าขวาซึ่งทำ ให้อุปกรณ์วัดค่าได้ไม่เที่ยงตรง

## 4.6 ตารางสรุปผลการทดลอง

## 4.6.1 การทดลอง 1 องศาอิสระ

$k_s$ (N/m)	M (Kg)	$f_n$ (Hz)การคำนวณ	f (resonance)การทดลอง
26170	4.9	11.631	12.0-14.5
41320	4.9	14.615	13.5-16.5
48980	4.9	15.912	15.5-20.0
99770	4.9	22.710	22.0-25.0

## 4.6.2 การทดลอง 2 องศาอิสระ

	$K_{s1}$ (N/m)	$K_{s2}$ (N/m)	M (Kg)	M (Kg)	$f_{n1}$ (Hz)ทฤษฎี	$f_{n2}$ (Hz)ทฤษฎี	$f_1$ (resonance) การทดลอง	$f_2$ (resonance) การทดลอง
K1K2	26170	41320	4.9	3.7	8.2355	23.7410	8-9.5	23.5-24.5
K1K3	26170	48980	4.9	3.7	8.3229	25.5768	8-10	25-26.5
K1K4	26170	99770	4.9	3.7	8.5587	35.4976	8-9.5	34-36
K2K1	41320	26170	4.9	3.7	9.3082	21.0050	9-10.5	20.5-22
K2K3	41320	48980	4.9	3.7	10.1137	26.4475	9.5-11	25.5-27
K2K4	41320	99770	4.9	3.7	10.5901	36.0486	10-12	35.5-37
K3K1	48980	26170	4.9	3.7	9.8054	21.7096	9.5-12.5	21-22.5
K3K2	48980	41320	4.9	3.7	10.5975	25.2402	10-12.5	24.5-25.5
K3K4	48980	99770	4.9	3.7	11.4383	36.3375	11.5-13	34.5-36.5
K4K1	99770	26170	4.9	3.7	11.5019	26.4143	11.5-14.5	25.5-27.5
K4K2	99770	41320	4.9	3.7	13.1874	28.9486	13-16	27-29.5
K4K3	99770	48980	4.9	3.7	13.7396	30.2512	13-16	30-32.5



## บทที่ 5

### สรุปผลและข้อเสนอแนะ

#### 5.1 สรุปผล

จากทฤษฎีที่ได้ศึกษาร่วมกับการวิเคราะห์การลดการสั่นสะเทือนของฐานส้อมวล โดยส่งกำลังผ่านสปริงที่ค่านิจ ต่างๆที่นำมาใช้เป็นตัวแยกการสั่นสะเทือน เพื่อนำมาคำนวณหาความถี่ธรรมชาติของการสั่น  $\omega_n$  ซึ่งค่าความถี่ธรรมชาติของการสั่นบ่งบอกถึงช่วงการสั่นพ้อง (Resonance) และยังบ่งบอกให้เห็นช่วงของการลดการสั่นสะเทือนของมวล

จากผลการทดลอง เมื่อใช้สปริงที่มีค่า  $K$  ต่างกัน 4 ค่าในการทดลองการสั่นสะเทือนของระบบ 1 องศาอิสระจะพบช่วงการสั่นพ้อง เมื่อสปริงมีค่า  $K$  มีค่าน้อยเราจะสังเกตเห็นการเข้าถึงช่วงการสั่นพ้องที่เกิดขึ้นเร็วกว่าค่านิจสปริงที่มีค่านิจสปริงที่มากกว่า จากการทดลองในระบบ 2 องศาอิสระ จะพบช่วงการสั่นพ้องถึง 2 ระยะเวลา คือเกิดช่วงการสั่นพ้องที่ค่า  $K_1$  ก่อน เราจะสังเกตเห็นการสั่นของมวล 1 ที่รุนแรง และเมื่อเพิ่มความถี่ขึ้นไปช่วงหนึ่งเราจะสังเกตเห็นว่าจะเกิดการสั่นพ้องที่  $K_2$  และมวลที่ 2

การสั่นสะเทือนในระบบ 2 องศาอิสระเมื่อเทียบกับการสั่นในองศาอิสระในสปริง  $K$  ชุดเดียวกันเมื่อนำมาเปรียบเทียบกันแล้วจะพบว่าในสั่นพ้องในระบบ 1 องศาอิสระจะเกิดช่วงการสั่นพ้องก่อนระบบ 2 องศาอิสระ เพราะว่าในระบบ 2 องศาอิสระจะมีมวลและสปริงชุดที่ 2 ติดอยู่เปรียบเสมือนว่าทังหน้าที่เป็นตัวลดการสั่นพ้อง (absorber) จากการออกแบบและสร้างชุดทดลอง การแยกการสั่นสะเทือน สามารถทำนทดลองและมีผลการทดลองออกมาใกล้เคียงทฤษฎีและสามารถเพิ่มความปลอดภัยให้กับผู้ทดลองได้โดยการเพิ่มโครงอะคริลิคหนา 1 เซนติเมตร และยางเพื่อลดแรงกระแทกและติดไหลลดเซลล์เพื่อให้รู้ถึงช่วงการสั่นพ้องและแรงที่มวลกระทำกับคาน

#### 5.2 ข้อเสนอแนะ

ในการทดลองช่วงเกิดการสั่นพ้องเครื่องมีการเคลื่อนที่ควรมีโต๊ะที่สามารถจับเครื่องไม่ให้เคลื่อนที่การวางมวลควรวางให้ตรงตำแหน่งกึ่งกลางฐานเพื่อให้การทดลองมีค่าตรงตามทฤษฎีมากขึ้น



### เอกสารอ้างอิง

- [1] Farkas J. "Optimum design of metal structures" 1984 [Online]. แหล่งที่มา  
[http://iopscience.iop.org/1742-6596/268/1/012022/pdf/1742-6596\\_268\\_1\\_012022.pdf](http://iopscience.iop.org/1742-6596/268/1/012022/pdf/1742-6596_268_1_012022.pdf)  
[เมษายน 2558]
- [2] สุรัตน์ ปัญญาแก้ว "การออกแบบและสร้างตัวดูดซับการสั่นสะเทือนแบบปรับค่าได้" 2553 [Online]  
แหล่งที่มา  
[http://web2.eng.nu.ac.th/nuei/file/journal/NUEJ\\_Vol9\\_1\\_2014\\_paper05.pdf](http://web2.eng.nu.ac.th/nuei/file/journal/NUEJ_Vol9_1_2014_paper05.pdf)  
[เมษายน 2558]
- [3] รวีตร ตะวัต "เรโซแนนซ์" 2545 [Online]. แหล่งที่มา  
<http://rawatrawat.net/www/Sound1/web2.htm>  
[พฤษภาคม 2558]
- [4] เจิมชง ปราบณารักษ์ "การทดสอบการสั่น" 2556 [Online]. แหล่งที่มา  
[http://eng.sut.ac.th/me/box/2\\_55/425440/Lab%20Sheet%20Vibration%20ed2555\\_modified.pdf](http://eng.sut.ac.th/me/box/2_55/425440/Lab%20Sheet%20Vibration%20ed2555_modified.pdf)  
[พฤษภาคม 2558]
- [5] ครุวีรจิต คุ่มวงศ์ "การสั่นพ้อง" 2543 [Online]. แหล่งที่มา  
<http://thegeniusphysics.blogspot.com/p/6.html> [พฤษภาคม 2558]

ภาคผนวก ก  
โค้ดการเขียนโปรแกรม Arduino

```

w,j#include "HX711.h"
#include <UTFT.h>
#include <stdio.h>
#include <UTouch.h>

// Declare which fonts we will be using
extern uint8_t SmallFont[];
extern uint8_t BigFont[];
extern uint8_t SevenSegNumFont[];

UTFT myGLCD(ITDB32S,38,39,40,41);
UTouch myTouch( 6, 5, 4, 3, 2);

// HX711.DOUT - pin #A1
// HX711.PD_SCK - pin #A0

HX711 scale(A1, A0); // parameter "gain" is omitted; the default value
128 is used by the library;
int p13=13;
int x,y;
int p10=10;
int p11=11;

void drawButtons()
{
// Draw the upper row of buttons
for (x=0; x<2; x++)
{
myGLCD.setColor(0, 0, 255);
myGLCD.fillRoundRect (20+(x*150), 170, 150+(x*150), 210);
myGLCD.setColor(255, 255, 255);
myGLCD.drawRoundRect (20+(x*150), 170, 150+(x*150), 210);
myGLCD.setColor(0, 255, 0);
myGLCD.setFont(BigFont);
myGLCD.print("Unit", 55, 182);
myGLCD.print("Zero Adj", 172, 182);
myGLCD.setBackgroundColor (0, 0, 255);
}
}

void waitForIt(int x1, int y1, int x2, int y2)
{
myGLCD.setColor(255, 0, 0);
myGLCD.drawRoundRect (x1, y1, x2, y2);
}

```



```

while (myTouch.dataAvailable())
  myTouch.read();
myGLCD.setColor(255, 255, 255);
myGLCD.drawRoundRect (x1, y1, x2, y2);
}

```

```

void setup() {
  pinMode(p10,OUTPUT);
  pinMode(p11,OUTPUT);
  pinMode(p13,OUTPUT);
  digitalWrite(p11,LOW);
  digitalWrite(p13,HIGH);
  myGLCD.InitLCD();
  myGLCD.clrScr();
  myTouch.InitTouch();
  myTouch.setPrecision(PREC_MEDIUM);

  drawButtons(); // by the SCALE parameter (not set
yet)

  scale.set_scale(2280.f); // this value is obtained by calibrating the scale
with known weights; see the README for details
  scale.tare(); // reset the scale to 0

  myGLCD.setBackColor(0, 0, 0);
  myGLCD.setColor(0, 255, 0);
  myGLCD.setFont(BigFont);
  myGLCD.print("Weight Volume", CENTER, 0);
}

void loop() {
  bool isKG = false;
  float offset;
  float i;
  float j,k,l;
  while(true)
  {
  int x, y;

  if(myTouch.dataAvailable())
  {

```

```

myTouch.read();
x = myTouch.getX();
y = myTouch.getY();

if((y >= 170) && (y <= 210))
{

if((x >= 20) && (x <= 150))
{
//button 1

isKG = !isKG;
}
else if((x >= 170) && (x <= 300))
{
//button 2
offset = j;

//return offset;
}
}
}

//float offset;
j=scale.get_units(3),1;
i=(j-offset)/0.01933;
//myGLCD.setFont(SevenSegNumFont);

if(i>200){
digitalWrite(p10,HIGH);
myGLCD.setFont(SevenSegNumFont);
myGLCD.setColor(0, 0, 0);
myGLCD.print( "          ", CENTER,70);
myGLCD.setColor (255 , 0, 0);
//myGLCD.printNumI(isKG ? abs(i)/1000 : abs(i), CENTER, 70);
//myGLCD.printNumF(isKG ? (float)abs(i)/1000.0 : (float)abs(i), 2, CENTER, 70);
// myGLCD.printNumF(isKG ? (float)i/1000.0 : (float)i), 2, CENTER, 70);
myGLCD.printNumF(isKG ? (i)/1000.0 : (i), 2, CENTER, 70);
myGLCD.setFont(BigFont);
myGLCD.print(isKG ? "Kg " : " g ", RIGHT, 120);

//delay(5000);
// digitalWrite(p10,LOW);
}
if(i<=200){

```

```
digitalWrite(p10,LOW);
myGLCD.setFont(SevenSegNumFont);
myGLCD.setColor(0, 0, 0);
myGLCD.print( "          ", CENTER,70);
myGLCD.setColor (255 , 0, 0);
//myGLCD.printNumI(isKG ? abs(i)/1000 : abs(i), CENTER, 70);
//myGLCD.printNumF(isKG ? (float)abs(i)/1000.0 : (float)abs(i), 2, CENTER, 70);
//myGLCD.printNumF(isKG ? (float)(i)/1000.0 : (float)(i), 2, CENTER, 70);
myGLCD.printNumF(isKG ? (i)/1000.0 : (i), 2, CENTER, 70);
myGLCD.setFont(BigFont);
myGLCD.print(isKG ? "Kg " : " g ", RIGHT, 120);

}

}

}
```

DEPARTMENT OF MECHANICAL ENGINEERING  
BURAPHA UNIVERSITY



DEPARTMENT OF  
MECHANICAL ENGINEERING  
BURAPHA UNIVERSITY

ภาคผนวก ข  
การคำนวณโดยใช้โปรแกรม

### 1. การหาความถี่ธรรมชาติด้วย Matlab

กรณี 2 องศาอิสระ การวิเคราะห์ด้วย MATLAB

ในการวิเคราะห์ด้วย matlab เพื่อหาความถี่ธรรมชาติ  $\omega$  ยกตัวอย่างการสั่นสะเทือนแบบ 2 องศาอิสระ โดยใช้  $k_4 = 99,770 \text{ N/m}$  และ  $k_3 = 48,980 \text{ N/m}$  จะแสดงดังรูปต่อไปนี้

```

Command Window
File Edit Debug Desktop Window Help
New to MATLAB? Watch this Video, see Demos, or read Getting Started.
99770
>> m=[4.9 0; 0 3.704]
m =
    4.9000    0
         0    3.7040
>> k = [(k6+k4) -k4; -k4 k4]
k =
    148750    -48980
    -48980     48980
>> [v,w2]=eig(inv(m)*k)
v =
    0.8660    0.4000
   -0.5000    0.9165
w2 =
    1.0e+004 *
    3.6128    0
         0    0.7458
>> sqrt(w2)
ans =
    190.0740    0
         0    86.3283
  
```

## 2.การหามวลด้วย matlab

ในการวิเคราะห์ห้ด้วย math lab เพื่อหา  $m_2$  กำหนดให้  $k_1=11976.84 \text{ N/m}$   
 $k_2=4171.0114 \text{ N/m}$   $m_1 = 5\text{Kg}$  และ กำหนด  $m_2$  จาก  $0.5 - 4 \text{ kg}$  พบว่าค่าที่ใช้โปรแกรมหาออกมาได้  
 $\omega_1 = 8.112\text{Hz}$  และ  $\omega_2 = 7.714\text{Hz}$  ซึ่ง มวล  $m_2$  ที่  $1.5 \text{ kg}$  เป็นน้ำหนักที่ได้  $\omega$  ที่มากและเหมาะสมที่สุด  
 รวมไปถึงการออกแบบมวลเหล็กที่จะนำมาประกอบกับเครื่องทดสอบ เมื่อนำมาเปรียบเทียบกับการติด  
 มวลก่อนเดีวที่  $\omega = 6.397$  จากตารางที่ 3.1 ที่  $k = 11976.84 \text{ N/m}$  จะทราบว่าช่วงการสั่นพ้องของมวล  
 แบบสองศาอิสระสามารถหลีกเลี่ยงช่วงที่การสั่นพ้องของมวลได้

```
>> m = [5 0; 0 1.5]
m =
    5.0000    0
         0    1.5000
>> k = [15147.89 -4171.0114;4171.014 -4171.0114]
k =
    1.0e+064 *
    1.5148    -0.4171
    0.4171    -0.4171
>> [v,w2] = eig(inv(m)*k)
v =
    0.8883    0.1533
    0.4592    0.9882
w2 =
    1.0e+003 *
    2.5983    0
         0   -2.3494
>> sqrt(w2)
ans =
    50.9739    0
         0    0 +48.4710i
```